



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.3.4>

УДК 519.6
ББК 22.193

Дата поступления статьи: 07.05.2023
Дата принятия статьи: 07.06.2023

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОСЛЕДСТВИЙ ДАМПИНГА ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ДНОУГЛУБИТЕЛЬНЫХ РАБОТ В ПРИБРЕЖНЫХ МОРСКИХ СИСТЕМАХ¹

Александр Иванович Сухинов

Член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой математики и информатики,
Донской государственный технический университет
sukhinov@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5875-1523>
пл. Гагарина, 1, 344003 г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Александр Евгеньевич Чистяков

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры программного обеспечения вычислительной техники и
автоматизированных систем,
Донской государственный технический университет
cheese_05@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0002-8323-6005>
пл. Гагарина, 1, 344003 г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Валентина Владимировна Сидорякина

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики,
Таганрогский институт им. А.П. Чехова (филиал)
Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)
cvv9@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-7744-015X>
ул. Инициативная, 48, 347936 г. Таганрог, Российская Федерация

Инна Юрьевна Кузнецова

Старший преподаватель кафедры интеллектуальных и многопроцессорных систем,
Южный федеральный университет
ikuznecova@sfedu.ru
<https://orcid.org/0000-0003-1996-1605>
ул. Большая Садовая, 105/42, 344006 г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Аннотация. Статья посвящена численному моделированию последствий работ по дампингу грунта в прибрежных морских системах. Данная деятельность связана с проведением дноуглубительных работ, при которых со дна извлекаются донные осадки разного типа, а затем осуществляется их перенос и отвал в отведенное место сброса. Работы по дампингу грунта приводят к образованию участков с высокой концентрацией взвешенного вещества (>50 мг/л), осаждением взвешенного вещества и формированием дополнительного слоя осадков на дне. В процессе математического моделирования этих процессов необходим учет данных о гидродинамических характеристиках водного объекта, количестве и типе извлекаемых со дна грунтов, перераспределении грунтов и концентрации взвешенного вещества в водной среде. В настоящей публикации представлены математические модели, позволяющие учитывать многообразие этих факторов. На их основе создан комплекс параллельных программ для высокопроизводительных вычислительных систем, позволяющий моделировать данные процессы. Результаты его работы могут быть использованы для оценки рисков и уязвимости по отношению к работам по дампингу грунта, а также осуществлению экологического проектирования применительно к конкретному водному объекту.

Ключевые слова: прибрежные морские системы, дампинг, донные осадки, гидродинамика, процессы диффузии-конвекции-осаждения, пространственно-трехмерная модель, концентрация взвешенных веществ, численный эксперимент.

Введение

Одним из наиболее распространенных видов работ, проводимых в море, являются дноуглубительные работы. Целью извлечения донных отложений при дноуглубительных работах является удовлетворение растущих экономических и социальных потребностей в прибрежных зонах (развитие прибрежных городов, мелиорация земель, питание пляжей, поддержание навигационных глубин на подходных каналах и акваториях) [4; 15; 16]. К сожалению, несмотря на то что данные виды работ выполняются на протяжении многих десятков лет, технология их проведения за это время пока еще не претерпела существенных изменений. Основная масса извлекаемых грунтов по своим свойствам не может быть утилизирована и поступает на подводный отвал с целью захоронения (дампинга). В настоящее время установлено, что объем захоронений в море составляет около 10 % от общего числа захоронений отходов в мире [1]. Основанием для проведения данных работ служит возможность к переработке поступивших веществ в морскую среду без особого ущерба для нее. Очевидно, что эта способность не беспредельна и потому дампинг можно рассматривать, как некоторую вынужденную меру [3; 9].

Изучение такого вида антропогенной деятельности, как дампинг грунта, носит, как правило, локальный характер и не имеет постоянной направленности. Но даже основываясь на разрозненных фактах, с определенной достоверностью можно привести качественную картину влияния взвеси. Чтобы перенос взвешенных веществ из зон дампинга не был критическим, при выборе места отвалов грунта учитывают глубину участка, его

морфологические особенности и гидрологический режим (параметры волнения и течения), а также соотношение концентрации токсических веществ на литр морской воды от размера полигона. Считают, что, если использовать в качестве зоны дампинга маленькие площадки и располагать их на территориях водоемов со слабым течением, можно уменьшить эффекты последствий «вторичных» загрязнений и в целом негативное воздействие на окружающую среду.

Поступление взвешенных веществ в воду при работах по дампингу грунта влечет изменение качественного и гранулометрического состава донных грунтов, образование миллионов тонн наносов и, как следствие, перемену морфометрии и орографии дна. Наиболее существенное воздействие связано с увеличением мутности воды и загрязнением веществами, находящимися в донных отложениях и тонкодисперсных взвесах. Это приводит к быстрому развитию патогенных микроорганизмов и процессов эвтрофирования. В России накоплен значительный опыт в проведении исследований по мониторингу последствий дноуглубительных работ и дампингу грунта применительно к различным водным объектам. Не претендуя на полноту, отметим следующих специалистов: Данилов-Данильян В.И., Полянин В.О., Демин А.П., Остякова А.В., Кирпичникова Н.В., Виноцианов Е.В. (Институт водных проблем РАН); Шилин М.Б., Царькова Н.С., Аверкиев А.С., Мамаева М.А., Шкодин Н.В. (Российский государственный гидрометеорологический университет); Коробов В.Б., Котова Е.И., Бухарицин П.И., Котеньков С.А. (Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН); Румянцев В.А., Поздняков Ш.Р. (Институт озераведения РАН) и др. [2; 7; 10; 14; 17]. Для проведения исследований в данной области необходимы научно-обоснованные математические модели, которые не теряют свою достоверность при широком варьировании пространственных и временных масштабов. Целью данной работы является углубление нашего понимания вопросов моделирования распространения и трансформации взвешенных веществ при проведении работ по дампингу грунта в прибрежных морских системах. Заметим, что здесь не будут рассматриваться вопросы, связанные с загрязнением участка, где происходит процесс извлечения грунта. С этой целью представленные в работе модели могут быть дополнены моделью эвтрофикации вод, описанной, например, в работе [18]. В статье приведены результаты численных экспериментов по моделированию транспорта взвешенного вещества применительно к мелководным водоемам Юга России — Азовское море и однотипные с ним.

1. Постановка задачи транспорта многокомпонентных взвесей

Будем использовать прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$, где оси Ox и Oy проходят вдоль невозмущенной водной поверхности и направлены на север и восток соответственно, ось Oz направлена вниз.

Пусть $G \subset \mathbb{R}^3$ — область, где происходит процесс, представляет собой параллелепипед $G = \{0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z \leq L_z\}$. Обозначим нижнее основание параллелепипеда — Σ_b , верхнее основание — Σ_f , боковую поверхность — Σ_l . Считаем, что в области G находятся R типов частиц взвеси, которые в точке (x, y, z) и в момент времени t имеют концентрацию $c_r = c_r(x, y, z, t)$; t — временная переменная.

Пусть в области G находится взвесь многофракционного состава. Система уравнений, описывающая концентрацию отдельных фракций взвешенного вещества, будет

выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + u \frac{\partial c_r}{\partial x} + v \frac{\partial c_r}{\partial y} + (w + w_{gr}) \frac{\partial c_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{hr} \frac{\partial c_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{hr} \frac{\partial c_r}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{vr} \frac{\partial c_r}{\partial z} \right) + F_r. \quad (1)$$

Здесь и далее по тексту $r = \overline{1, R}$.

В уравнениях (1) используются следующие обозначения: $c_r = c_r(x, y, z, t)$ — концентрация частиц взвеси r -го типа в точке (x, y, z) в момент времени t ; u, v, w — компоненты вектора скорости движения водной среды; w_{gr} — гидравлическая крупность частиц r -го типа; μ_{hr}, μ_{vr} — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии частиц r -го типа соответственно.

Функции правых частей имеют вид:

$$\begin{aligned} F_1 &= (\alpha_2 c_2 - \beta_1 c_1) + \gamma_1 c_1, \\ F_r &= (\beta_{r-1} c_{r-1} - \alpha_r c_r) + (\alpha_{r+1} c_{r+1} - \beta_r c_r) + \gamma_r c_r, \quad r = \overline{2, R-1}, \\ F_R &= (\beta_{R-1} c_{R-1} - \alpha_R c_R) + \gamma_R c_R, \end{aligned} \quad (2)$$

где α_r, β_r — коэффициенты, определяющие интенсивность превращения частиц r -го типа в $(r-1)$ -й и $(r+1)$ -й тип соответственно, $\alpha_r \geq 0, \beta_r \geq 0$; γ_r — мощность внешнего источника частиц r -го типа.

Уравнения (1), (2) дополняются граничными и начальными условиями:

$$c_r(x, y, z, 0) = c_{r0}(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \overline{G}; \quad (3)$$

$$\Sigma_l : c_r = c'_r, \quad c'_r = \text{const}, \quad \text{если } u_{\bar{n}} < 0; \quad \frac{\partial c_r}{\partial \bar{n}} = 0, \quad \text{если } u_{\bar{n}} \geq 0; \quad (4)$$

где $u_{\bar{n}}$ — проекция вектора скорости на внешнюю нормаль \bar{n} к границе; c'_r — известные значения концентраций;

$$\Sigma_f : \frac{\partial c_r}{\partial z} = 0; \quad \Sigma_b : \frac{\partial c_r}{\partial z} = -\frac{w_{gr}}{\mu_{vr}} c_r. \quad (5)$$

Решение задачи (1)–(5) отыскивается в некоторой заданной области

$$G \times [0 < t \leq T]$$

непрерывного изменения аргументов, представляющей собой четырехмерный цилиндр с образующими параллельными оси времени Ot .

Из предположения, что существует классическое решение задачи (1)–(5), в работах [13; 19] сформулированы достаточные условия его единственности.

Модели транспорта взвешенного вещества дополняются 3D-моделью гидродинамики [6; 8], позволяющей рассчитывать распределение трехмерного вектора скорости водного потока.

2. Преобразование с «запаздыванием» задачи транспорта многокомпонентных взвесей

Для того чтобы провести преобразование с «запаздыванием» задачи (1)–(5), построим на временном отрезке $0 < t \leq T$ равномерную сетку $\omega_\tau = \{t_n = n\tau, n = 1, \dots, N; N\tau \equiv T\}$ с шагом τ .

На временной сетке ω_τ для исходной непрерывной начально-краевой задачи (1)–(5) выполним преобразование с «запаздыванием» так, чтобы функции-концентрации взвесей, входящие в правые части уравнений (1), определялись на предыдущем временном слое.

На каждом временном шаге с номером $n = 1, 2, \dots, N$, $t_{n-1} < t \leq t_n$ рассматриваются преобразованные уравнения (1), решениями которых являются функции \tilde{c}_r^n , $n = 1, 2, \dots, N, N + 1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial t} + u^n \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial x} + v^n \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial y} + (w^n + w_{gr}) \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial z} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{hr} \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{hr} \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{vr} \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial z} \right) + \tilde{F}_r^n, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{F}_1^n = (\alpha_2 \tilde{c}_2^{n-1}(x, y, z, t_{n-1}) - \beta_1 \tilde{c}_1^n) + \gamma_1^n \tilde{c}_1^n,$$

...

$$\tilde{F}_r^n = (\beta_{r-1} \tilde{c}_{r-1}^{n-1}(x, y, z, t_{n-1}) - \alpha_r \tilde{c}_r^n) + (\alpha_{r+1} \tilde{c}_{r+1}^{n-1}(x, y, z, t_{n-1}) - \beta_r \tilde{c}_r^n) + \gamma_r^n \tilde{c}_r^n, \quad r = \overline{2, R-1},$$

...

$$\tilde{F}_R^n = (\beta_{R-1} \tilde{c}_{R-1}^{n-1}(x, y, z, t_{n-1}) - \alpha_R \tilde{c}_R^n) + \gamma_R^n \tilde{c}_R^n,$$

где $\tilde{c}_r^{n-1}(x, y, z, t_{n-1})$ – финальное значение концентрации частиц взвесей r -го типа, рассчитанное на предыдущем временном слое $t_{n-2} < t \leq t_{n-1}$, $n = 2, \dots, N$.

Если $n = 1$, то в качестве $\tilde{c}_r^1(x, y, z, t_0)$ достаточно взять функцию начального условия, то есть $\tilde{c}_r^1(x, y, z, t_0) = c_{r0}(x, y, z)$. Если же $n = 2, \dots, N$, то функции $\tilde{c}_r^n(x, y, z, t_{n-1}) = \tilde{c}_r^{n-1}(x, y, z, t_{n-1})$ предполагаются известными, поскольку считается решенной задача (1)–(5) для предыдущего временного промежутка $t_{n-2} < t \leq t_{n-1}$.

К уравнениям (6) добавим начальные условия вида:

$$\tilde{c}_r^1(x, y, z, 0) = c_{r0}, \quad \tilde{c}_r^n(x, y, z, t_{n-1}) = \tilde{c}_r^{n-1}(x, y, z, t_{n-1}), \quad n = 2, \dots, N, \quad (x, y, z) \in \bar{G}, \quad (7)$$

а также граничные условия, аналогичные условиям (3)–(5). Для всех t , $t_{n-1} < t < t_n$, $n = 1, \dots, N$, имеем:

$$\Sigma_l : \tilde{c}_r^n = c'_r, \quad \text{если } u_{\bar{n}} < 0; \quad \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial \bar{n}} = 0, \quad \text{если } u_{\bar{n}} \geq 0; \quad (8)$$

$$\Sigma_f : \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial z} = 0; \quad \Sigma_b : \frac{\partial \tilde{c}_r^n}{\partial z} = -\frac{w_{gr}}{\mu_{vr}} \tilde{c}_r^n. \quad (9)$$

Авторами доказано, что при выполнении условий:

$$4\mu_{h1} \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} \right) + 4\mu_{v1\min} \frac{1}{L_z^2} - \frac{\alpha_2}{2} (1 + M_2^{n-1}) + \beta_1 - \gamma_{1\max}^n > 0,$$

...

$$4\mu_{hr} \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} \right) + 4\mu_{vr\min} \frac{1}{L_z^2} + \alpha_r + \beta_r - \gamma_{r\max}^n - \frac{\beta_{r-1}}{2} M_{r-1}^{n-1} - \frac{\alpha_{r+1}}{2} M_{r+1}^{n-1} > 0,$$

$$r = \overline{2, R-1},$$

$$4\mu_{hR} \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} \right) + 4\mu_{vR_{\min}} \frac{1}{L_z^2} + \alpha_R - \gamma_{R_{\max}}^n - \frac{\beta_{R-1}}{2} M_{R-1}^{n-1} > 0,$$

$$\mu_{vr_{\min}} = \max_{(x,y,z) \in G} \{ \mu_{vr}(x,y,z) \}, \quad \gamma_{r_{\max}}^n = \max_{\substack{(x,y,z) \in G \\ t_{n-1} < t \leq t_n}} \left\{ \gamma_r^n(x,y,z,t) \right\},$$

$$\left| \frac{\partial c_r^{n-1}}{\partial t} \right| \leq M^{n-1} r \equiv \text{const} > 0, \quad r = \overline{1, R}$$

разности решений начально-краевых задач — исходной и преобразованной с «запаздыванием» в функциях правых частей на временной сетке стремятся к нулю при стремлении к нулю параметра τ со скоростью $O(\tau)$ в норме гильбертова пространства $L_2(G)$.

3. Построение дискретной модели преобразованной с «запаздыванием» задачи транспорта многокомпонентных взвесей

Член, описывающий адвективный перенос частиц взвеси в так называемой симметричной форме имеет вид:

$$\frac{1}{2} \left[u \frac{\partial c_r^n}{\partial x} + v \frac{\partial c_r^n}{\partial y} + (w + w_{gr}) \frac{\partial c_r^n}{\partial z} + \frac{\partial(uc_r^n)}{\partial x} + \frac{\partial(vc_r^n)}{\partial y} + \frac{\partial((w + w_{gr})c_r^n)}{\partial z} \right], \quad (10)$$

что позволяет в результате дискретизации построить разностный оператор адвективного переноса, обладающий свойством кососимметричности.

В области \bar{G} построим связную сетку $\bar{\omega}_h$, $\bar{\omega}_h = \bar{\omega}_x \times \bar{\omega}_y \times \bar{\omega}_z$, где $\bar{\omega}_x = \{x_i : x_i = ih_x; i = 0, 1 \dots N_x : N_x h_x \equiv L_x\}$, $\bar{\omega}_y = \{y_i : y_i = ih_y; i = 0, 1 \dots N_y : N_y h_y \equiv L_y\}$, $\bar{\omega}_z = \{z_i : z_i = ih_z; i = 0, 1 \dots N_z : N_z h_z \equiv L_z\}$. Множество внутренних узлов сеток $\bar{\omega}_h$, $\bar{\omega}_x$, $\bar{\omega}_y$, $\bar{\omega}_z$ будем обозначать соответственно, как ω_h , ω_x , ω_y , ω_z . На пространственно-временной сетке $\omega_{\tau h} = \omega_{\tau} \times \omega_h$ аппроксимируем задачи (6)–(9) на сетках «с заданием» в узлах, сдвинутых на половину скоростей шага сетки и по соответствующему координатному направлению (рис. 1).

Далее символ « \rightarrow » сверху над функциями c_r^n , c_r^{n-1} и F_r^n будет означать их принадлежность к классу сеточных функций \tilde{c}_r^n , \tilde{c}_r^{n-1} и \tilde{F}_r^n соответственно. Функция \tilde{c}_r^n рассматривается как достаточно гладкая функция непрерывных переменных.

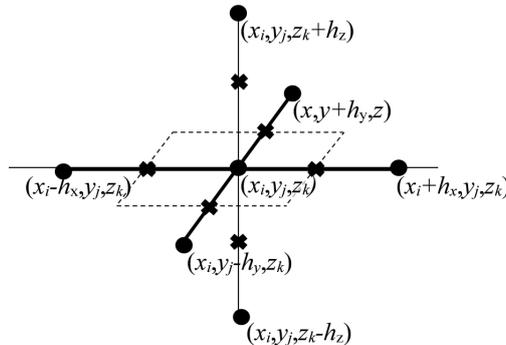


Рис. 1. Шаблон разностной схемы

На построенных сетках методами, изложенными в работах [5; 11; 12], получены аппроксимации каждого из уравнений (6) во внутренних узлах сетки $\bar{\omega}_h$:

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{c}_r^n - \bar{c}_r^{n-1}}{\tau} + \frac{1}{2h_x} \left(u^n(x_i + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) \bar{c}_r^n(x_i + h_x, y_j, z_k) - u^n(x_i - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) \bar{c}_r^n(x_i - h_x, y_j, z_k) \right) + \\ & + \frac{1}{2h_y} \left(v^n(x_i, y_j + \frac{h_y}{2}, z_k) \bar{c}_r^n(x_i, y_j + h_y, z_k) - v^n(x_i, y_j - \frac{h_y}{2}, z_k) \bar{c}_r^n(x_i, y_j - h_y, z_k) \right) + \\ & + \frac{1}{2h_z} \left((w^n(x_i, y_j, z_k + \frac{h_z}{2}) + w_{gr}) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k + h_z) - \right. \\ & \left. - (w^n(x_i, y_j, z_k - \frac{h_z}{2}) + w_{gr}) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k - h_z) \right) = \\ & = \frac{1}{h_x^2} \left(\mu_{hr}(x_i + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) (\bar{c}_r^n(x_i + h_x, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k)) - \right. \\ & \left. - \mu_{hr}(x_i - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) (\bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i - h_x, y_j, z_k)) \right) + \\ & + \frac{1}{h_y^2} \left(\mu_{hr}(x_i, y_j + \frac{h_y}{2}, z_k) (\bar{c}_r^n(x_i, y_j + h_y, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k)) - \right. \\ & \left. - \mu_{hr}(x_i, y_j - \frac{h_y}{2}, z_k) (\bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j - h_y, z_k)) \right) + \\ & + \frac{1}{h_z^2} \left(\mu_{hr}(x_i, y_j, z_k + \frac{h_z}{2}) (\bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k + h_z) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k)) - \right. \\ & \left. - \mu_{hr}(x_i, y_j, z_k - \frac{h_z}{2}) (\bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k - h_z)) \right) + \bar{F}_r^n(x_i, y_j, z_k), \quad (x_i, y_j, z_k) \in \omega_h. \end{aligned} \tag{11}$$

В уравнениях (11) аппроксимация членов, описывающих функции источников, имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^n &= \alpha_2 \bar{c}_2^{n-1}(x_i, y_j, z_k, t_{n-1}) + (-\beta_1 + \gamma_1^n(x_i, y_j, z_k)) \bar{c}_1^n(x_i, y_j, z_k), \\ & \dots \\ \bar{F}_r^n &= \beta_{r-1} \bar{c}_{r-1}^{n-1}(x_i, y_j, z_k, t_{n-1}) + (-\alpha_{r+1} - \beta_r + \gamma_r^n(x_i, y_j, z_k)) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, z_k), \quad r = \overline{2, R-1}, \\ & \dots \\ \bar{F}_R^n &= \beta_{R-1} \bar{c}_{R-1}^{n-1}(x_i, y_j, z_k, t_{n-1}) + (-\alpha_R + \gamma_R^n(x_i, y_j, z_k)) \bar{c}_R^n(x_i, y_j, z_k), \quad (x_i, y_j, z_k) \in \omega_h. \end{aligned}$$

К разностным уравнениям (11) необходимо добавить начальные условия вида (7) для $(x, y, z) \in \omega_h$, а также аппроксимацию граничных условий. Для задания граничных условий вида (8), (9) удобно ввести расширенную сетку

$$\bar{\omega}^* = \left\{ (x_i, y_j, z_k) : i = -1, 0, \dots, N_x + 1, j = -1, 0, \dots, N_y + 1, k = -1, 0, \dots, N_z + 1; \right. \\ \left. x_i = ih_x, y_j = jh_y, z_k = kh_z; N_x h_x = L_x, N_y h_y = L_y, N_z h_z = L_z \right\}.$$

Для сетки $\bar{\omega}^*$ сетка $\bar{\omega}$ является внутренней. Будем предполагать, что $\bar{c}_r^n(x, y, z) = 0$, если $(x, y, z) \in \bar{\omega}^* \setminus \bar{\omega}$. Кроме того, будем считать известными значения компонент

вектора скоростей водной среды в узлах сетки $\bar{\omega}^* \setminus \bar{\omega}$ с дробными значениями индексов, например, $u^n(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $u^n(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $v^n(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k)$, $v^n(x_i, L_y + \frac{h_y}{2}, z_k)$ и т. д.

Для тех узлов сетки $\bar{\omega}^* \setminus \bar{\omega}$, которые находятся вне водоема, значение компонент вектора скорости водной среды предполагается равным нулю.

Аппроксимация граничных условий для поверхности Σ_l , на которой находятся граничные узлы сетки $\bar{\omega}^*$, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \bar{c}_r^n(0, y, z) = 0, & \text{если } u^n(\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) + u^n(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) > 0, \\ \bar{c}_r^n(L_x, y_j, z_k) = 0, & \text{если } u^n(L_x - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) + u^n(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{c}_r^n(x_i, 0, z_k) = 0, & \text{если } v^n(x_i, \frac{h_y}{2}, z_k) + v^n(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k) > 0, \\ \bar{c}_r^n(x_i, L_y, z_k) = 0, & \text{если } v^n(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k) + v^n(x_i, L_y + \frac{h_y}{2}, z_k) < 0. \end{cases}$$

В случае граничных условий, записываемых для поверхности Σ_l , при выполнении условий

$$u^n(\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) + u^n(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) > 0, \quad u^n(L_x - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) + u^n(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) < 0,$$

$$v^n(x_i, \frac{h_y}{2}, z_k) + v^n(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k) > 0, \quad v^n(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k) + v^n(x_i, L_y + \frac{h_y}{2}, z_k) < 0$$

имеют место граничные условия Неймана.

Приведем аппроксимации граничных условий для операторов конвективного и диффузионного переносов:

— для оператора конвективного переноса

$$C_x(\bar{c}_r^n) \Big|_{x=0} \equiv \frac{1}{2h_x} \bar{c}_r^n(h_x, y_j, z_k) \left(u^n(\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) - u^n(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k) \right),$$

$$C_x(\bar{c}_r^n) \Big|_{x=L_x} \equiv \frac{1}{2h_x} \bar{c}_r^n(L_x - h_x, y_j, z_k) \left(u^n(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) - u^n(L_x - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k) \right),$$

$$C_y(\bar{c}_r^n) \Big|_{y=0} \equiv \frac{1}{2h_y} \bar{c}_r^n(x_i, h_y, z_k) \left(v^n(x_i, \frac{h_y}{2}, z_k) - v^n(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k) \right),$$

$$C_y(\bar{c}_r^n) \Big|_{y=L_y} \equiv \frac{1}{2h_y} \bar{c}_r^n(x_i, L_y - h_y, z_k) \left(v^n(x_i, L_y + \frac{h_y}{2}, z_k) - v^n(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k) \right),$$

$$C_z(\bar{c}_r^n) \Big|_{z=0} \equiv \frac{1}{2h_z} \bar{c}_r^n(x_i, y_j, h_z) \left(w^n(x_i, y_j, \frac{h_z}{2}) - w^n(x_i, y_j, -\frac{h_z}{2}) + 2w_{gr} \right),$$

$$\begin{aligned} C_z(\bar{c}_r^n) \Big|_{z=L_z} \equiv & \frac{1}{2h_z} \left(\left(w^n(x_i, y_j, L_z + \frac{h_z}{2}) + w_{gr} \right) \left(\bar{c}_r^n(x_i, y_j, L_z - h_z) - 2 \frac{w_{gr}}{\mu_{vr}} h_z \bar{c}_r^n(x_i, y_j, L_z) \right) - \right. \\ & \left. - \left(w^n(x_i, y_j, L_z - \frac{h_z}{2}) + w_{gr} \right) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, L_z - h_z) \right); \end{aligned}$$

— для оператора диффузионного переноса:

$$D_x(\bar{c}_r^n) \Big|_{x=0} \equiv \frac{1}{h_x^2} \left(\mu_{hr} \left(\frac{h_x}{2}, y_j, z_k \right) + \mu_{hr} \left(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k \right) \right) \left(\bar{c}_r^n(h_x, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(0, y_j, z_k) \right),$$

$$D_x(\bar{c}_r^n) \Big|_{x=L_x} \equiv \frac{1}{h_x^2} \left(\mu_{hr} \left(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k \right) + \mu_{hr} \left(L_x - \frac{h_x}{2}, y_j, z_k \right) \right) \times \\ \times \left(\bar{c}_r^n(L_x - h_x, y_j, z_k) - \bar{c}_r^n(L_x, y_j, z_k) \right),$$

$$D_y(\bar{c}_r^n) \Big|_{y=0} \equiv \frac{1}{h_y^2} \left(\mu_{hr} \left(x_i, \frac{h_y}{2}, z_k \right) + \mu_{hr} \left(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k \right) \right) \left(\bar{c}_r^n(x_i, h_y, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, 0, z_k) \right),$$

$$D_y(\bar{c}_r^n) \Big|_{y=L_y} \equiv \frac{1}{h_y^2} \left(\mu_{hr} \left(x_i, L_y + \frac{h_y}{2}, z_k \right) + \mu_{hr} \left(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k \right) \right) \times \\ \times \left(\bar{c}_r^n(x_i, L_y - h_y, z_k) - \bar{c}_r^n(x_i, L_y, z_k) \right),$$

$$D_z(\bar{c}_r^n) \Big|_{z=0} \equiv \frac{1}{h_z^2} \mu_{vr} \left(x_i, y_j, \frac{h_z}{2} \right) \left(\bar{c}_r^n(x_i, y_j, h_z) - \bar{c}_r^n(x_i, y_j, 0) \right),$$

$$D_z(\bar{c}_r^n) \Big|_{z=L_z} \equiv \frac{1}{h_z^2} \left(\left(\mu_{vr} \left(x_i, x_j, L_z + \frac{h_z}{2} \right) + \mu_{vr} \left(x_i, y_j, L_z - \frac{h_z}{2} \right) \right) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, L_z - h_z) - \right. \\ \left. - \left(2 \frac{w_{gr}}{\mu_{vr}} h_z \mu_{vr} \left(x_i, y_j, L_z + \frac{h_z}{2} \right) + \mu_{vr} \left(x_i, y_j, L_z - \frac{h_z}{2} \right) \right) \bar{c}_r^n(x_i, y_j, L_z) \right).$$

Заметим, что при аппроксимации операторов диффузионного переноса было учтено, что на свободной невозмущенной поверхности водоема отсутствует турбулентная диффузия и потому $\mu_{vr}(x_i, y_j, -\frac{h_z}{2}) \equiv 0$.

В отношении значений компонент вектора скоростей $u^n(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $u^n(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $v^n(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k)$, $v^n(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k)$, а также коэффициентов $\mu_{hr}(-\frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $\mu_{hr}(L_x + \frac{h_x}{2}, y_j, z_k)$, $\mu_{hr}(x_i, -\frac{h_y}{2}, z_k)$, $\mu_{hr}(x_i, L_y - \frac{h_y}{2}, z_k)$ предполагается, что в расширении области \bar{G} по горизонтальным направлениям (в ω^*) существует водная среда и эти величины могут быть определены в гидродинамическом блоке объединенной модели «гидродинамика — транспорт взвешенного вещества».

4. Расчет изменения состава донных материалов

Одна из особенностей донных грунтов — это способность накапливать информацию об экологическом состоянии рассматриваемого участка водной акватории. Не случайно в ряде стран донный материал используют как основной индикатор экологического состояния водного объекта. Накапливаясь в донных отложениях, высокие концентрации

загрязнений могут, в свою очередь, послужить источником «вторичного» загрязнения водного объекта, вызывая тем самым ухудшение его экологического состояния. В процессе дампинга изъятая ранее грунта очевидным образом, негативное воздействие на качество воды усиливается. Приобретает важное значение учет каждой из фракций в расчете динамики зон с различными концентрациями взвешенных веществ.

Укажем некоторые особенности, связанные с проведением расчета изменения фракционного состава донного материала для временного промежутка $t_{n-1} < t \leq t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$.

Для работы алгоритма применительно к временному промежутку $t_{n-1} < t \leq t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$ необходимо сформировать следующие массивы: $D_{ij}^n(x_i, y_i, t_n, m_{ij})$ — массив, описывающий высоту слоя наполнения взвесью ячейки (x_i, y_i, m_{ij}) ; $D_{r,ij}^n(x_i, y_i, t_n, m_{ij})$ — массивы, описывающие концентрации r -й фракции взвешенного вещества в ячейке (x_i, y_i, m_{ij}) ; m_{ij} — массив, описывающий количество ячеек, которые наполнены взвешенным веществом и расположены ниже данной.

Обозначим толщину слоя для фракции r выпавшей в осадок взвеси за время $t_{n-1} < t \leq t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$ как $d_{r,ij}^n$. При расчете данной величины в узле (x_i, y_i, m_{ij}) будем писать $d_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})$. Для толщины слоя взвеси, выпавшей в осадок, для всех фракций за время $t_{n-1} < t \leq t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$ будем писать d_{ij}^n и, соответственно, в узле (x_i, y_i, m_{ij}) она будет определяться как $d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})$.

Алгоритм расчета изменения состава донных материалов для временного промежутка $t_{n-1} < t \leq t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$ представляет следующую последовательность шагов.

1. Толщина слоя взвеси, выпавшей в осадок, для каждой фракции рассчитывается согласно формуле:

$$d_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = \frac{\bar{c}_r^n(w(x_i, y_j, m_{ij}) + w_{gr})\tau}{(1 - \varepsilon_r)\rho_r},$$

где ε_r — пористость донных отложений r -й фракции; ρ_r — плотность частиц r -й фракции взвеси.

2. Толщина слоя взвеси, выпавшей в осадок, для всех фракций рассчитывается по формуле:

$$d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = \sum_{r=1}^R \frac{\bar{c}_r^n(w(x_i, y_j, m_{ij}) + w_{gr})\tau}{(1 - \varepsilon_r)\rho_r}.$$

3. Если толщина слоя больше нуля ($d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) > 0$), то объемная концентрация каждой фракции $\bar{c}_{v,r}^n$ в слое выпавшей взвеси рассчитывается по формуле:

$$\bar{c}_{v,r}^n = \frac{d_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})}{d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})}.$$

4. Выпавшая взесь размещается между ячейками на основе следующего алгоритма. Пока толщина слоя больше нуля ($d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) > 0$), выполняются следующие действия:

- 4.1. Рассчитывается уровень слоя осадка в ячейке (x_i, y_j, m_{ij}) после осаднения взвеси:

$$s_{ij}^n = d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) + D_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})h_z.$$

4.2. Рассчитывается уровень слоя осадка, который была способна принять ячейка (x_i, y_j, m_{ij}) :

$$l_{ij}^n = h_z - D_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})h_z.$$

4.3. Если ячейка (x_i, y_j, m_{ij}) после осаждения взвеси переполняется ($s_{ij}^n > h_z$), то выполняется расчет концентраций фракций взвеси и переход к заполнению следующей ячейки.

4.3.1. Пересчитываются концентрации для каждой фракции в ячейке (x_i, y_j, m_{ij}) :

$$D_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = \frac{d_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})l_{ij}^n}{h_z} + D_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})D_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}).$$

4.3.2. Ячейка (x_i, y_j, m_{ij}) считается наполненной взвесью, когда

$$D_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = 1.$$

4.3.3. Осуществляется переход к заполнению следующей ячейки $m_{ij} = m_{ij} + 1$.

4.4. Если слой взвеси помещается в ячейку ($s_{ij}^n \leq h_z$), то выполняется пересчет концентраций фракций взвеси описанным ниже способом:

4.4.1. Пересчитываются концентрации каждой фракции в ячейке (x_i, y_j, m_{ij}) :

$$D_r^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = \frac{d_r^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})}{h_z} + D_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij})D_{i,j,m_{ij}}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}).$$

4.4.2. Пересчитывается уровень заполненности ячейки (x_i, y_j, m_{ij}) :

$$D_r^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = \frac{s_{ij}^n}{h_z}.$$

4.5. Уменьшается часть слоя взвеси, не размещенная между ячейками:

$$d_{ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) = d_{r,ij}^n(x_i, y_j, t_n, m_{ij}) - l_{ij}^n.$$

5. Результаты численных экспериментов

Для численного решения задачи транспорта многокомпонентной взвеси был разработан программный комплекс на языке C++, учитывающий большое количество факторов, среди которых можно выделить сложную геометрию дна и береговой линии, ветровые течения и трение о дно и наличие существенного градиента плотности водной среды и включающий в себя следующие блоки:

- блок для расчета скорости течения водного потока на основе уравнения Навье — Стокса;
- блок расчета транспорта взвешенных частиц в толще воды;
- блок расчета оседания и движения наносов по дну.

Приведем пример работы программного комплекса на задаче транспорта многокомпонентной взвеси (четыре различные фракции) при моделировании процесса дампинга грунта в ходе проведения дноуглубительных работ.

Параметры расчетной области: длина 1 км; ширина 720 м; глубина 10 м.

Параметры расчетной сетки: шаги по горизонтальной и вертикальной пространственным координатам составили 10 и 1 м, соответственно; расчетный интервал — 2 часа, шаг по времени — 5 секунд.

Входные параметры модели: средняя скорость седиментации (осаждения) взвесей (по Стоксу) — 2,042 мм/с; среднее расстояние от точки выгрузки до дна водоема в районе проведения дноуглубительных работ — 5,5 м; скорость течения на глубинах от 4 до 10 м — 0,075 м/с (течения направлены слева направо); плотность пресной воды при нормальных условиях 1 000 кг/м³; плотность взвесей 2 700 кг/м³; скорость осаждения фракции А — 2,4 мм/с, процентное содержание фракции А в пылеватых частицах — 20 %; скорость осаждения фракции Б — 1,775 мм/с, процентное содержание фракции Б — 30 %; скорость осаждения фракции В — 0,833 мм/с, процентное содержание фракции В — 30 %; скорость осаждения фракции Г — 0,3702 мм/с, процентное содержание фракции Г — 20 %. На рисунках 2–5 представлены результаты моделирования процесса транспорта четырехкомпонентной взвеси для каждой из четырех фракций в отдельности. Горизонтальная ось на рисунках 2–5 направлена вдоль течения и в месте максимальной концентрации взвешенных частиц (в плоскости $y = 350$ м). Рисунки 2,а, 3,а, 4,а и 5,а показывают поля концентраций трех фракций взвеси в толще воды. Рисунки 2,б, 3,б, 4,б и 5,б показывают концентрацию соответствующей фракции взвеси в донных отложениях.

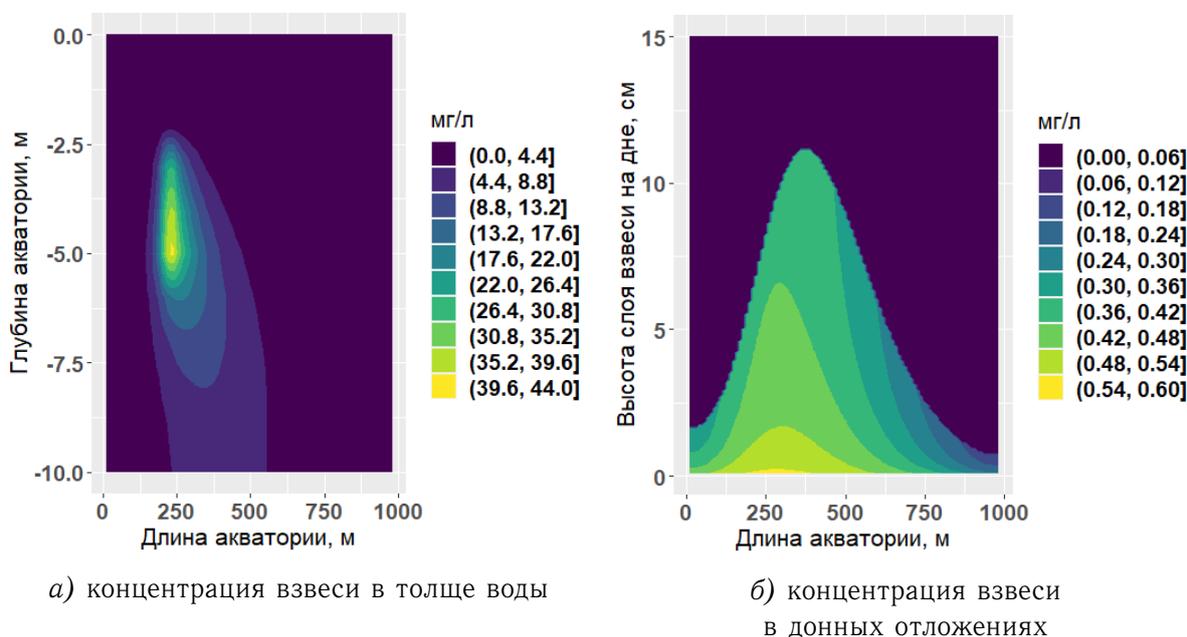
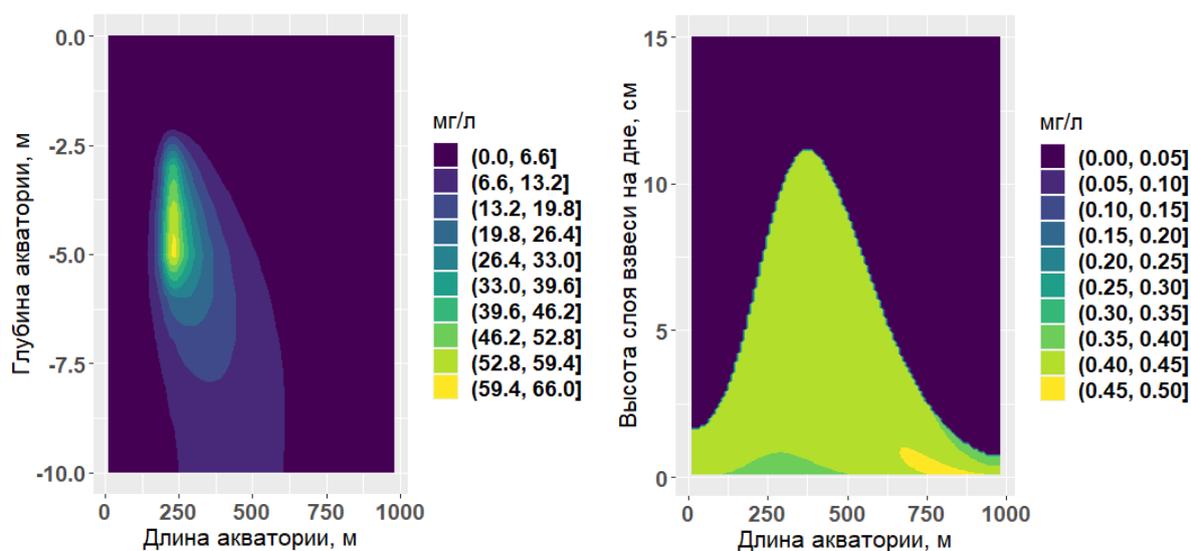


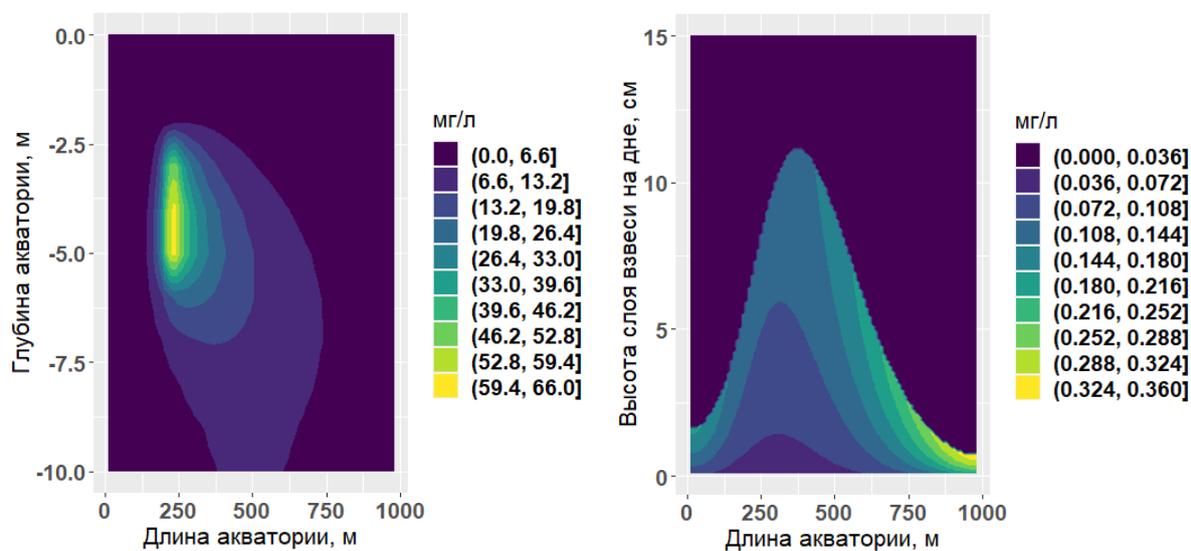
Рис. 2. Поля концентраций фракции А взвеси спустя 2 часа после выгрузки



а) концентрация взвеси в толще воды

б) концентрация взвеси в донных отложениях

Рис. 3. Поля концентраций фракции Б взвеси спустя 2 часа после выгрузки



а) концентрация взвеси в толще воды

б) концентрация взвеси в донных отложениях

Рис. 4. Поля концентраций фракции Б взвеси спустя 2 часа после выгрузки

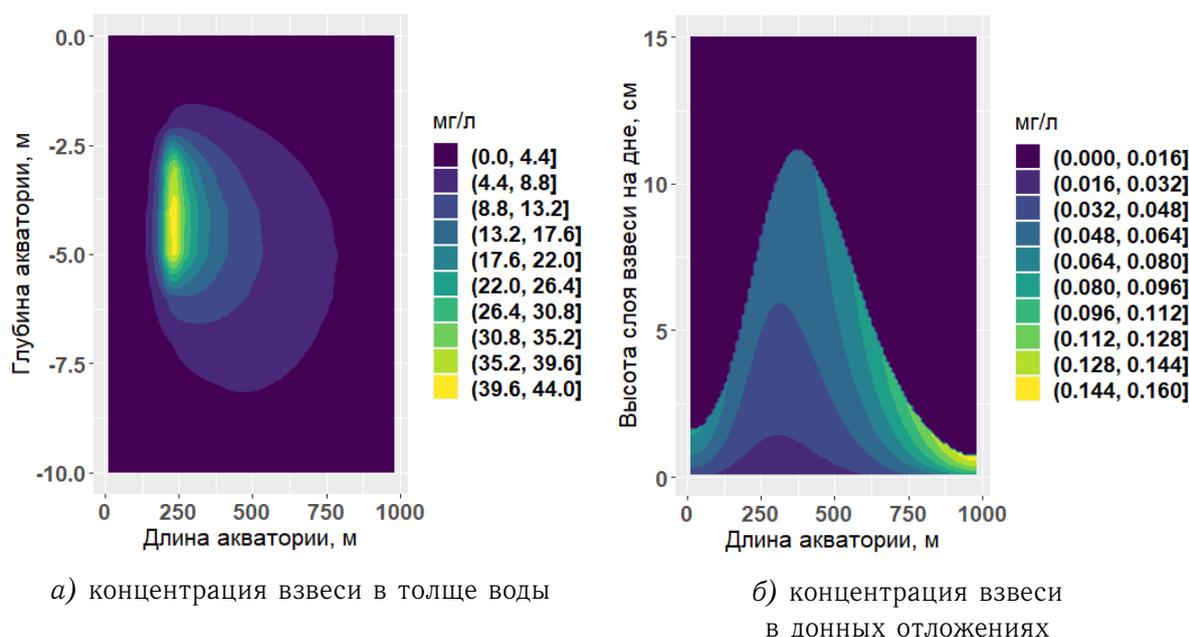


Рис. 5. Поля концентраций фракции В взвеси спустя 2 часа после выгрузки

Из рисунков 2–5 видно, что более тяжелая фракция А осаждается ближе к зоне проведения дноуглубительных работ и залегает глубже в осадочных породах, чем более легкие фракции Б, В и Г.

Проведенные численные эксперименты по моделированию процесса транспорта многокомпонентной взвеси позволяют моделировать процесс распространения и осаждения взвеси на дно, а также изучать влияние процесса транспорта взвеси на изменение рельефа и состава дна рассматриваемой акватории.

Заключение

В данной работе представлена пространственно-трехмерная модель транспорта взвесей, которая учитывает следующие физические параметры и процессы: скорость движения водной среды, многофракционный состав взвесей, конвекцию, диффузию и осаждение частиц, взаимный переход (преобразование) частиц, имеющих различную гидравлическую крупность, и др. На временной сетке с шагом τ проведено преобразование с «запаздыванием» начально-краевой задачи, соответствующей построенной модели. В этом случае концентрации фракций, присутствующие в правых частях уравнений и не входящие в левые части уравнений диффузии-конвекции, вычисляются на правом конце предыдущего шага по времени. Такой подход позволяет упростить последующую численную реализацию каждого из уравнений диффузии-конвекции. Кроме того, появляется возможность на каждом временном шаге организовать независимое — параллельное решение уравнения транспорта взвесей для каждой из фракций на данном временном слое.

Преобразованная начально-краевая задача аппроксимируется с заданием оператора конвективного переноса в симметричной форме, что обеспечивает кососимметричность оператора конвективного переноса, в построенной разностной схеме, которая при уста-

новленных ранее физически мотивированных ограничениях на шаг по времени обладает свойствами монотонности и устойчивости. Построение разностной схемы второго порядка точности относительно шагов по пространству и первого — относительно временного шага осуществляется на равномерной расширенной сетке с учетом граничных условий первого-третьего родов.

Построенная дискретная модель дополнена вытекающим из нее дискретным алгоритмом вычисления функции глубины водоема, которая изменяется (уменьшается) при дампинге донного грунта в местах его свалок. На основе разработанного комплекса программ, базирующегося на построенных дискретных моделях и алгоритмах, для модельной задачи дампинга грунта выполнены численные эксперименты, которые продемонстрировали физическую валидность построенной дискретной модели. Подводя итоги, можно сказать, что разработанный комплекс моделей, алгоритмов и программ позволяет выполнять прогностическое моделирование процессов распространения и осаждения многофракционных взвесей на дно, а также изучать влияние данных процессов на изменение рельефа дна и гранулометрического состава донных отложений, в частности, при выполнении дноуглубительных работ в местах свалки извлекаемых со дна грунтов.

ПРИМЕЧАНИЕ

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-21-00509, <https://rscf.ru/project/23-21-00509/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахова, Л. В. Дампинг: удачное решение или преступная технология / Л. В. Бахова // *Colloquium Journal*. — 2018. — Т. 9 (20), вып. 3. — С. 12–17.
2. Белоцерковский, О. М. Турбулентность: новые подходы / О. М. Белоцерковский, А. М. Опарин, В. М. Чечеткин. — М.: Наука, 2002. — 286 с.
3. Жариков, В. В. Геоэкологическое состояние полигона дампинга грунта острова Лисий (залив Находка) / В. В. Жариков, Б. В. Преображенский, А. М. Лебедев // *Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук*. — 2011. — № 2. — С. 96–97.
4. Ковтун, В. В. Влияние дноуглубительных работ на состояние морской среды / В. В. Ковтун, С. Р. Селимова, С. В. Малько // *Образование, наука и молодежь* — 2017 : сб. тр. по материалам науч.-практ. конф. ФГБОУ ВО «КГМТУ» 2017 г. Ч. 2. — Керчь : Изд-во Керчен. гос. мор. технол. ун-та, 2017. — С. 91–95.
5. Ладыженская, О. А. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа / О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уралцева. — М.: Наука, 1967. — 736 с.
6. Локально-двумерные схемы расщепления для параллельного решения трехмерной задачи транспорта взвешенного вещества / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко, А. М. Атаян // *Математическая физика и компьютерное моделирование*. — 2021. — Т. 24, № 2. — С. 38–53. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>
7. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана / Г. И. Марчук, В. П. Дымников, В. Б. Залесный, В. Н. Лыкосов, В. Я. Галин. — Л.: Гидрометеиздат, 1984. — 320 с.
8. Метод учета заполненности ячеек для решения задач гидродинамики со сложной геометрией расчетной области / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, Е. А. Проценко, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко // *Матем. моделирование*. — 2019. — Т. 31, № 8. — С. 79–100. — DOI: <https://doi.org/10.1134/S0234087919080057>

9. Моделирование переноса взвешенных веществ на океаническом шельфе. Расчет дампинга грунта в Азовском море / Б. В. Архипов, В. Н. Котеров, В. В. Солбаков, Ю. С. Юрезанская // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. — 2010. — Т. 50 (4). — С. 746–756. — DOI: <https://doi.org/10.1134/S096554251002017X>

10. Показеев, К. В. Океанология. Оптика океана / К. В. Показеев, Т. О. Чаплина. — М. : Юрайт, 2018. — 270 с.

11. Самарский, А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. — М. : Наука, 1978. — 592 с.

12. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. — М. : Наука, 1989. — 616 с.

13. Сухинов, А. И. Исследование единственности решения задачи транспорта и осаждения взвесей в прибрежных системах / А. И. Сухинов, А. А. Сухинов, В. В. Сидорякина // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сб. тр. Междунар. научн. конф., Воронеж, 11–13 ноября 2019 г. — Воронеж : Изд-во «Научно-исследовательские публикации», 2020. — С. 1096–1105.

14. Храпов, С. С. Численное моделирование самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов: II. Исследование поперечных деформаций русла и перераспределения расходов воды по рукавам р. Волги при промышленной добыче песка / С. С. Храпов // Математическая физика и компьютерное моделирование. — 2022. — Т. 25, № 4. — С. 52–65. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2022.4.5>

15. A Review of Impacts of Marine Dredging Activities on Marine Mammals / V. L. G. Todd, I. B. Todd, J. C. Gardiner, E. C. N. Morrin, N. A. MacPherson, N. A. DiMarzio, F. Thomsen // ICES Journal of Marine Science. — 2015. — Vol. 72, iss. 2. — P. 328–340. — DOI: <https://doi.org/10.1093/icesjms/fsu187>

16. Influence of River Discharge and Dredging on Tidal Wave Propagation: Modaomen Estuary Case / H. Y. Cai, H. H. G. Savenije, Q. S. Yang, S. Y. Ou, Y. P. Lei // Journal of Hydraulic Engineering-Asce. — 2012. — Vol. 138, iss. 10. — P. 885–896. — DOI: [10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000594](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000594)

17. Open Dumping of Municipal Solid Waste and Its Hazardous Impacts on Soil and Vegetation Diversity at Waste Dumping Sites of Islamabad City / S. M. Ali, A. Pervaiz, B. Afzal, N. Hamid, A. Yasmin // Journal of King Saud University — Science. — 2014. — Vol. 26 (1). — P. 59–65. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2013.08.003>

18. Research of the Solutions Proximity of Linearized and Nonlinear Problems of the Biogeochemical Process Dynamics in Coastal Systems / A. Sukhinov, Y. Belova, N. Panasenko, V. Sidoryakina // Mathematics. — 2023. — Vol. 11, iss. 3. — Article ID: 575. — DOI: <https://doi.org/10.3390/math11030575>

19. Sukhinov, A. I. Uniqueness of Solving the Problem of Transport and Sedimentation of Multicomponent Suspensions in Coastal Systems / A. I. Sukhinov, A. A. Sukhinov, V. V. Sidoryakina // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1479. — Article ID: 012081. — DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1479/1/012081>

REFERENCES

1. Bakhova L.V. Damping: udachnoe reshenie ili prestupnaya tekhnologiya [Damping: Successful Solution or Criminal Technology]. *Colloquium Journal*, 2018, vol. 9 (20), iss. 3, pp. 12-17.

2. Belotserkovskiy O.M., Oparin A.M., Chechetkin V.M. *Turbulentnost: novye podkhody* [Turbulence: New Approaches]. Moscow, Nauka Publ., 2002. 286 p.

3. Zharikov V.V., Preobrazhenskiy B.V., Lebedev A.M. Geoekologicheskoe sostoyanie poligona dampinga grunta ostrova Lisiy (zaliv Nakhodka) [Geoecological Condition of the Dumping Ground of the Island of Lisiy (Nakhodka Bay)]. *Vestnik Dalnevostochnogo otdeleniya Rossiyskoy akademii nauk*, 2011, no. 2, pp. 96-97.

4. Kovtun V.V., Selimova S.R., Malko S.V. Vliyanie dnouglubitelnykh работ na sostoyanie morskoy sredy [The Impact of Dredging on the State of the Marine Environment]. *Obrazovanie*,

nauka i molodezh — 2017: sb. tr. po materialam nauch.-prakt. konf. FGBOU VO «KGMU» 2017 g. Ch. 2. Kerch, Izd-vo Kerchen. gos. mor. tekhnol. un-ta, 2017, pp. 91-95.

5. Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Uraltseva N.N. *Lineynye i kvazilineynye uravneniya parabolicheskogo tipa* [Linear and Quasi-Linear Equations of Parabolic Type]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 736 p.

6. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V., Atayan A.M. Lokalno-dvumernye skhemy rasshchepeniya dlya parallelnogo resheniya trekhmernoy zadachi transporta vzveshennogo veshchestva [Local Two-Dimensional Splitting Schemes for 3D Suspended Matter Transport Problem Parallel Solution]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie* [Mathematical Physics and Computer Simulation], 2021, vol. 24, no. 2, pp. 38-53. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4>

7. Marchuk G.I., Dymnikov V.P., Zalesnyy V.B., Lykosov V.N., Galin V.Ya. *Matematicheskoe modelirovanie obshchey tsirkulyatsii atmosfery i okeana* [Mathematical Modeling of the General Circulation of the Atmosphere and Ocean]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1984. 320 p.

8. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V. Metod ucheta zapolnennosti yacheek dlya resheniya zadach gidrodinamiki so slozhnoy geometriey raschetnoy oblasti [Accounting Method of Filling Cells for the Solution of Hydrodynamics Problems with a Complex Geometry of the Computational Domain]. *Matem. modelirovanie*, 2019, vol. 31, no. 8, pp. 79-100. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0234087919080057>

9. Arkhipov B.V., Koterov V.N., Solbakov V.V., Yurezanskaya Yu.S. Modelirovanie perenosa vzveshennykh veshchestv na okeanicheskom shelfe. Raschet dampinga grunta v Azovskom more [Simulation of Suspended Substance Transport on the Continental Shelf: Computation of Soil Dumping in the Sea of Azov]. *Zhurn. vychisl. matem. i matem. fiz.* [Comput. Math. Math. Phys.], 2010, vol. 50 (4), pp. 746-756. DOI: <https://doi.org/10.1134/S096554251002017X>

10. Pokazeev K.V., Chaplina T.O. *Okeanologiya. Optika okeana* [Oceanology. Ocean Optics]. Moscow, Yurayt Publ., 2018. 270 p.

11. Samarskiy A.A., Nikolaev E.S. *Metody resheniya setochnykh uravneniy* [Methods for Solving the Grid Equations]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 592 p.

12. Samarskiy A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 616 p.

13. Sukhinov A.I., Sukhinov A.A., Sidoryakina V.V. Issledovanie edinstvennosti resheniya zadachi transporta i osazhdeniya vzvesey v pribrezhnykh sistemakh [Investigation of the Uniqueness of the Solution of the Problem of Transport and Deposition of Suspensions in Coastal Systems]. *Aktualnye problemy prikladnoy matematiki, informatiki i mekhaniki: sb. tr. Mezhdunar. nauchn. konf., Voronezh, 11–13 noyabrya 2019 g.* Voronezh, Izd-vo "Nauchno-issledovatel'skie publikatsii", 2020, pp. 1096-1105.

14. Khrapov S.S. Chislennoe modelirovanie samosoglasovannoy dinamiki poverkhnostnykh vod, vlekomykh i vzveshennykh nanosov: II. Issledovanie poperechnykh deformatsiy rusla i pereraspredeleniya raskhodov vody po rukavam r. Volgi pri promyshlennoy dobyche peska [Numerical Modeling of Self-Consistent Dynamics of Shallow Waters, Traction and Suspended Sediments: II. Study of the Transverse Deformations of the Channel and the Redistribution of Water Discharges Along the Branches of the Volga River During Industrial Sand Mining]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie* [Mathematical Physics and Computer Simulation], 2022, vol. 25, no. 4, pp. 52-65. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2022.4.5>

15. Todd V.L.G., Todd I.B., Gardiner J.C., Morrin E.C.N., MacPherson N.A., DiMarzio N.A., Thomsen F. A Review of Impacts of Marine Dredging Activities on Marine Mammals. *ICES Journal of Marine Science*, 2015, vol. 72, iss. 2, pp. 328-340. DOI: <https://doi.org/10.1093/icesjms/fsu187>

16. Cai H.Y., Savenije H.H.G., Yang Q.S., Ou S.Y., Lei Y.P. Influence of River Discharge and Dredging on Tidal Wave Propagation: Modaomen Estuary Case. *Journal of Hydraulic Engineering-Asce*, 2012, vol. 138, iss. 10, pp. 885-896. DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-

7900.0000594

17. Ali S.M., Pervaiz A., Afzal B., Hamid N., Yasmin A. Open Dumping of Municipal Solid Waste and Its Hazardous Impacts on Soil and Vegetation Diversity at Waste Dumping Sites of Islamabad City. *Journal of King Saud University – Science*, 2014, vol. 26 (1), pp. 59-65. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2013.08.003>

18. Sukhinov A., Belova Y., Panasenko N., Sidoryakina V. Research of the Solutions Proximity of Linearized and Nonlinear Problems of the Biogeochemical Process Dynamics in Coastal Systems. *Mathematics*, 2023, vol. 11, iss. 3, article ID: 575. DOI: <https://doi.org/10.3390/math11030575>

19. Sukhinov A.I., Sukhinov A.A., Sidoryakina V.V. Uniqueness of Solving the Problem of Transport and Sedimentation of Multicomponent Suspensions in Coastal Systems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1479, article ID: 012081. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1479/1/012081>

NUMERICAL SIMULATION OF DUMPING CONSEQUENCES DURING DREDGING IN COASTAL MARINE SYSTEMS

Alexander I. Sukhinov

Corresponding Member, Russian Academy of Sciences,
Doctor of Sciences (Physics and Mathematics),
Head of the Department of Mathematics and Computer Science,
Don State Technical University
sukhinov@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5875-1523>
Gagarina Sq., 1, 344003 Rostov-on-Don, Russian Federation

Alexander E. Chistyakov

Doctor of Sciences (Physics and Mathematics),
Professor, Department of Computer Engineering Software and Automated Systems,
Don State Technical University
cheese_05@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0002-8323-6005>
Gagarina Sq., 1, 344003 Rostov-on-Don, Russian Federation

Valentina V. Sidoryakina

Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor,
Department of Mathematics,
Chekhov Taganrog Institute (branch) of the Rostov State University of Economics
cvv9@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-7744-015X>
Initsiativnaya St, 48, 347936 Taganrog, Russian Federation

Inna Yu. Kuznetsova

Senior Lecturer, Department of Intelligent and Multiprocessor Systems,
Southern Federal University
ikuznecova@sfnu.ru
<https://orcid.org/https://orcid.org/0000-0003-1996-1605>
Bolshaya Sadovaya St, 105/42, 344006 Rostov-on-Don, Russian Federation

Abstract. The work is devoted to numerical simulation of the consequences of soil dumping in coastal marine systems. These works are associated with dredging, in which bottom sediments of various types are extracted from the bottom, and then transferred and dumped to a designated discharge site. Soil dumping works lead to the formation of areas with a high concentration of suspended matter (>50 mg/l), the sedimentation of suspended matter and the formation of an additional layer of sediment on the bottom. In the process of mathematical modeling of these processes, it is necessary to consider data on the hydrodynamic characteristics of a water body, the amount and type of soils extracted from the bottom, the redistribution of soils and the concentration of suspended matter in the aquatic environment. This paper presents mathematical models that allow taking into account the diversity of these factors. Based on them, a complex of parallel programs for high-performance computing systems has been developed that allows modeling these processes. The results of work of this complex can be used to assess risks and vulnerabilities in relation to soil dumping, as well as the implementation of environmental design in relation to a specific water body.

Key words: coastal marine systems, dumping, bottom sediments, hydrodynamics, diffusion-convection-deposition processes, spatial-three-dimensional model, suspended matter concentration, numerical experiment.