



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2024.4.3>

УДК 519.688

ББК 22.19

Дата поступления статьи: 07.10.2024

Дата принятия статьи: 25.11.2024

**МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ
МАЛОГАБАРИТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ
НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ**

Алексей Александрович Клячин

Доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой
математического анализа и теории функций,
Волгоградский государственный университет
Aleksey.klyachin@volsu.ru, klyachin-aa@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0003-3293-9066>
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Владимир Александрович Клячин

Доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой
компьютерных наук и экспериментальной математики,
Волгоградский государственный университет
klchnv@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-1922-7849>
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. В статье предложен способ формирования набора признаков на изображениях, основанный на трех интегральных преобразованиях — преобразование Радона, функции Стеклова и преобразование Фурье. С помощью дискретного аналога этих преобразований вычисляются значения, которые образуют набор признаков. В зависимости от параметров преобразований количество признаков можно изменять. Нами выбраны значения этих параметров таковыми, что количество признаков равно 903. Показано использование данного подхода при решении задачи обнаружения малогабаритных, а значит

слабо заметных, транспортных средств на видеоснимках. Помимо этого, нами разработан улучшенный вариант метода наименьших квадратов, основанный на обработке полученных признаков с помощью некоторых преобразований меток обучающего набора изображений. Основная суть этого метода состоит в том, чтобы выполнить аффинное преобразование значения метки в некоторую малую окрестность ее первоначального значения. Априорные оценки показывают уменьшение погрешности аппроксимации с использованием метода наименьших квадратов. В работе также показано сравнение разработанного подхода со сверточными нейронными сетями. Данное сравнение позволяет сказать, что он им не сильно уступает по такому показателю, как процент правильных предсказаний. При этом, по времени выполнения предсказания представленный в статье метод работает в 3–4 раза быстрее в зависимости от используемой модели. В практической части работы были использованы программные средства библиотек `OpenCV`, `Keras` и `Scikit-learn`.

Ключевые слова: классификация изображений, интегральные преобразования, метод наименьших квадратов, сверточная нейронная сеть, пространство признаков, модель классификации, компьютерное зрение.

Введение

Научный центр безопасности дорожного движения при Министерстве внутренних дел Российской Федерации провел очередной информационно-аналитический обзор дорожно-транспортной аварийности в РФ за шесть месяцев 2023 г. (<https://rosacademtrans.ru/simstat2010/>). В своем отчете ведомство привело статистику по аварийности, которая связана с популярными на сегодняшний день средствами индивидуальной мобильности, такими как электрические самокаты и велосипеды.

За первое полугодие 2023 г. зарегистрировано 2 151 (+8,6 %) ДТП с пострадавшими велосипедистами, в которых погибли 89 (-29,4 %) и получили ранение 2 072 (+11 %) велосипедиста. Доля таких происшествий среди всех ДТП составила 3,8 %, что выше, чем в первом полугодии 2022 г. (3,7 %). Тяжесть последствий данных ДТП составила 4,1.

Нужно отметить, что велосипедист на проезжей части не редко представляет собой мало заметный объект, к тому же движущийся намного медленнее, чем движется поток машин. Следовательно, было бы весьма полезно иметь некоторое дополнительное устройство, предназначенное для отслеживания таких малогабаритных участников движения. В первую очередь для такого устройства потребуется соответствующее программное обеспечение. Следует сразу уточнить, что данное программное обеспечение должно работать почти в режиме реального времени, что накладывает на него определенные требования по скорости обработки видеокадров.

В настоящей работе мы предлагаем собственный подход к решению поставленной задачи. Именно, определяем набор специальных признаков на изображении, вычисление которых основано на ряде интегральных операторов, а также разрабатываем метод обработки полученных признаков с помощью некоторых преобразований меток обучающего набора изображений.



Рис. 1. Показатели аварийности с пострадавшими велосипедистами

1. Общая идея метода

В задачах компьютерного зрения чаще всего используют два подхода. Первый основан на заранее известной информации об объектах, которые изображены на снимках: это может быть их форма (используется контурный анализ), цветовой тон (используются различные методы цветовой фильтрации) и т. д. В этом случае для выделения и распознавания объектов применяются базовые алгоритмы обработки изображений [5]. Другой подход основан на применении методов машинного обучения, что предполагает выделение некоторых признаков, характеризующих изображенные объекты (см., например, [2; 6–8; 13; 15; 17; 18; 21]). Процесс обучения на достаточно большом наборе входных изображений позволяет определить наиболее характерные признаки, присутствующие в данном наборе. В следующих работах можно познакомиться как с задачами, решаемыми при помощи сверточных нейронных сетей, так и с их архитектурой [1; 3; 4; 12; 14; 16; 19; 20]. К примеру, в статье [10] инструмент нейронных сетей использовался в задаче пространственной реконструкции объектов на основе ряда его изображений. Нами в работе представлен иной подход вычисления признаков, основанный на различных интегральных преобразованиях. В частности, мы применяем идеи, опирающиеся на три интегральных преобразования: преобразование Радона [22], функции Стеклова [11] и дискретное преобразование Фурье [5].

Наш подход предполагает вычисление ряда числовых признаков для изображения с помощью определенных интегральных преобразований.

Для произвольной функции $z = f(x, y)$, определенной на плоскости (x, y) , полагаем

$$R(r, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(r \cos \varphi + t \sin \varphi, r \sin \varphi - t \cos \varphi) dt,$$

где $r > 0$ и $\varphi \in [0, 2\pi)$. Полученная функция $R(r, \varphi)$ есть интеграл по всем прямым плоскости, которые описываются уравнениями

$$x = r \cos \varphi + t \sin \varphi, \quad y = r \sin \varphi - t \cos \varphi, \quad t \in (-\infty, +\infty).$$

Полученная функция $R(r, \varphi)$ называется преобразованием Радона функции $f(x, y)$. Нужно отметить, что при определенных условиях на функцию $f(x, y)$ она однозначно восстанавливается по ее преобразованию Радона. Если $f(x, y)$ задает яркость точки (x, y) на изображении, то вместо интегралов по всем прямым будем рассматривать среднюю яркость по всем вертикальным, горизонтальным и диагональным линиям, то есть вычислять среднюю яркость по строкам, столбцам и диагоналям изображения. При этом подходе мы теряем часть информации. Однако, это вполне допустимо, так как при решении задач классификации изображений нет необходимости их полного восстановления.

Помимо преобразования Радона мы будем использовать оператор осреднения Стеклова В.А. (функции Стеклова). Для заданной функции $z = f(x, y)$ и $h > 0$ полагают

$$f_h(x, y) = \frac{1}{h^2} \int_{x-h/2}^{x+h/2} \int_{y-h/2}^{y+h/2} f(u, v) dv du.$$

Таким образом, $f_h(x, y)$ есть среднее значение функции $f(x, y)$ в квадрате $[x - \frac{h}{2}, x + \frac{h}{2}] \times [y - \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2}]$. Известно, что для непрерывной функции $f(x, y)$ семейство функций $f_h(x, y)$ равномерно сходится к исходной функции на компактных множествах при $h \rightarrow 0$. Для случая изображений мы заменим интегралы на суммы и результат такого преобразования будем рассматривать в отдельных точках. В итоге получим следующую конструкцию. Разбиваем входное изображение на блоки пикселей и в каждом блоке вычислим среднее значение яркости. Полученный набор значений записываем в отдельный массив. Здесь также происходит потеря информации и восстановить по этим данным изображение невозможно. Однако эти потери вполне допустимы при решении задач распознавания объектов на изображении, что будет показано в следующих разделах статьи.

Любое изображение размера $N_c \times N_r$ в оттенках серого цвета можно считать функцией двух переменных $f(x, y)$ как функцию яркости точки (x, y) , где x — номер столбца и y — номер строки. Введем обозначения

$$S_y^f(x) = \frac{1}{N_r} \cdot \sum_{y=0}^{N_r-1} f(x, y), \quad S_x^f(y) = \frac{1}{N_c} \cdot \sum_{x=0}^{N_c-1} f(x, y). \quad (1)$$

Другими словами, $S_y^f(x)$ — средняя яркость пикселей изображения f , расположенных в столбце x , $S_x^f(y)$ — средняя яркость пикселей изображения f , расположенных в строке y . Помимо этого, рассмотрим средние яркости, вычисленные по диагональным направлениям. Предположим, что $N_r = N_c$ (в алгоритме мы все изображения приводим к квадратному виду). Пусть

$$D_1^f(y) = \frac{1}{y+1} \cdot \sum_{x=0}^y f(y-x, x), \quad D_2^f(y) = \frac{1}{N_r-y} \cdot \sum_{x=y}^{N_r-1} f(N_r-1+y-x, x), \quad (2)$$

где $y = 0, 1, 2, \dots, N_r - 1$. Функции $D_1^f(y)$ и $D_2^f(y)$ представляют собой средние значения яркостей точек, расположенных по диагоналям. Для вычисления средних значений яркости точек, расположенных на диагоналях другого направления, достаточно транспонировать матрицу изображения и воспользоваться формулами (2).

С определенной точностью введенные величины $S_y^f(x)$, $S_x^f(y)$, $D_1^f(y)$ и $D_2^f(y)$ аппроксимируют (суммирование ведется только по вертикальным, горизонтальным и диагональным прямым) преобразование Радона изображения f . Поэтому, можно попытаться

использовать их в задачах классификации изображений. Исходное изображение мы разбиваем на 4 равные части и данные вычисления выполняем для каждого из них. В итоге получаем, что количество признаков $K = 4N_r + 3N_r$.

Как уже было сказано, помимо преобразования Радона мы используем функции Стеклова. Для случая изображений определим их так. Зададим натуральное число $q = 2k + 1$, $k = 0, 1, 2, \dots$, и для каждой точки (x, y) , $x = k, k + q, \dots, k + [N_r/q]q - q$, $y = k, k + q, \dots, k + [N_r/q]q - q$, положим

$$A_q(x, y) = \frac{1}{q^2} \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k f(x + u, y + v).$$

Данная величина определяет осредненное изображение. При этом $A_q(x, y) = f(x, y)$ когда $q = 1$ ($k = 0$). На рисунке 2 можно видеть результат такого преобразования. Заметим, что общие очертания изображенного велосипедиста легко угадываются, что дает возможность использования полученных признаков в задачах классификации.



Рис. 2. Исходное изображение и изображение признаков $S_q(x, y)$

Добавив эти значения, получим уже $K = 7N_r + \left(\frac{N_r}{q}\right)^2$ признаков.

Для улучшения результата мы добавили к признакам, вычисляемым по формулам (1) и (2), новые параметры, которые рассчитываются следующим образом. Для начала выполняется фильтрация изображения `gray` с целью выделения границ перепадов уровня яркости

```
edges = cv2.Canny(gray, 50, 150, apertureSize = 3)
```

На рисунке 3 видим результат этих преобразований. После этого изображение разбивается на блоки размера $q \times q$. В каждом таком блоке формируется набор светлых точек в виде массива, содержащего пару $[x_i, y_i]$, где y_i — номер строки и x_i — номер столбца i -ой светлой точки. Затем этот набор точек аппроксимируется прямолинейным отрезком, который описывается уравнением $y = a \cdot x + b$. Параметры a, b вычисляются

методом наименьших квадратов

$$a = \frac{r \sum_{i=1}^r x_i y_i - \sum_{i=1}^r x_i \cdot \sum_{i=1}^r y_i}{r \sum_{i=1}^r x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^r x_i \right)^2},$$

$$b = \frac{1}{r} \left(\sum_{i=1}^r y_i - a \cdot \sum_{i=1}^r x_i \right),$$

где r — количество светлых точек в блоке.

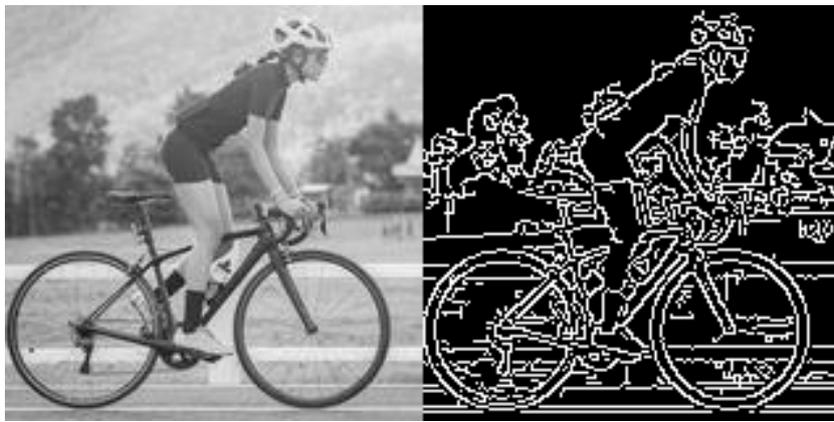


Рис. 3. Выполнение преобразования cv2.Canny()

Данные величины могут служить признаком на изображении, так как эти отрезки приближают набор белых точек в блоке (рис. 4). Получаем $K = 7N_r + 3 \left(\frac{N_r}{q} \right)^2$.



Рис. 4. Аппроксимация набора светлых точек прямолинейным отрезком

И, наконец, дополним вычисленные признаки коэффициентами дискретного преобразования Фурье, используя как действительную, так и мнимую части

$$F(u, v) = \frac{1}{N_r N_c} \sum_{x=0}^{N_c-1} \sum_{y=0}^{N_r-1} f(x, y) \exp \left\{ -2\pi i \left(\frac{xu}{N_c} + \frac{yv}{N_r} \right) \right\},$$



Рис. 5. Исходная картинка и результат применения преобразования Фурье (8×8 коэффициентов)

При этом мы оставим только l^2 ($l \times l$) комплексных коэффициентов, находящихся в левом верхнем углу (для $0 \leq u < l$ и $0 \leq v < l$). В итоге для изображения будет сформирован набор из

$$K = 7N_r + 3 \left(\frac{N_r}{q} \right)^2 + 2l^2$$

числовых признаков, которые в дальнейшем будем использовать для решения задачи классификации. Далее опишем собственный подход к построению классификатора на основе метода наименьших квадратов.

2. Описание метода наименьших квадратов

Рассмотрим некоторое отображение $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $n, m > 0$, значения которого известны в конечном множестве точек $X \subset \mathbb{R}^n$

$$f(x_i) = y_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad N = |X|.$$

Метод наименьших квадратов решает задачу поиска наилучшего линейного приближения отображения f в смысле минимизации величины

$$L(A) = \sum_{i=1}^N |Ax_i - y_i|^2 \rightarrow \min,$$

где минимум берется по всем матрицам $A \in M_{m,n}$ размерности $m \times n$. Задача поиска этого минимума сводится к решению уравнения

$$\nabla L(A) = 0.$$

Здесь градиент считается в пространстве $M_{m,n}$ со скалярным произведением

$$\langle A, B \rangle = \text{tr} A^T B.$$

Представим множество X матрицей $X \in M_{N,n}$, а множество значений Y матрицей $Y \in M_{N,m}$, располагая в строках координаты соответствующих точек

$$X_{ij} = x_i^j, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n.$$

$$Y_{ij} = y_i^j, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, m.$$

Градиент функции $L(A)$ вычисляется исходя из формулы

$$dL(H) = \langle \nabla L(A), H \rangle \quad \forall H \in M_{m,n}.$$

$$\begin{aligned} dL(H) &= 2 \sum_{i=1}^N \langle Ax_i - y_i, Hx_i \rangle = \\ &= 2 \sum_{i=1}^N \langle Ax_i \otimes x_i - y_i \otimes x_i, H \rangle = \\ &= 2 \langle A \cdot X^T \cdot X - Y^T \cdot X, H \rangle. \end{aligned}$$

Итого

$$\nabla L(A) = 2(A \cdot X^T \cdot X - Y^T \cdot X).$$

Теперь из условия минимума получаем

$$A = Y^T \cdot X \cdot (X^T \cdot X)^{-1}.$$

3. Решение задачи классификации стандартным методом

Применим МНК для приближения отображения $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $f(x_i) = y_i$, $i = 1, \dots, N$. Пусть матрица A — есть решение задачи на минимум

$$L(A) = \sum_{i=1}^N |Ax_i - y_i|^2 \rightarrow \min.$$

Далее, на базисных векторах e_1, \dots, e_m пространства \mathbb{R}^m построим диаграмму Вороного, то есть разбиение пространства на m непересекающихся по внутренним точкам выпуклых многогранника V_1, \dots, V_m по правилу

$$V_i = \{y \in \mathbb{R}^m : |y - e_i| \leq |y - e_j|, \forall j \neq i\}.$$

Тогда задача принадлежности объекта тому или иному классу решается определением того, в какую ячейку попадает точка Ax , где вектор $x \in \mathbb{R}^n$ представляет данный объект, то есть $f(x) = e_k$, если $Ax \in V_k$. Несложно проверить, что $f(x) = e_k \Leftrightarrow k = \operatorname{argmax}(y^1, y^2, \dots, y^m)$. Отметим, что применить МНК непосредственно не всегда представляется возможным — матрица $X^T \cdot X$ может оказаться вырожденной. В этом случае все множество X лежит в некотором линейном подпространстве. Например, эта ситуация возникает, если X есть набор изображений, в которых край окрашен в черный цвет, что соответствует нулевым координатам. Поэтому, на практике применяют регуляризацию, то есть рассматривают функцию

$$\tilde{L}(A) = \sum_{i=1}^N |Ax_i - y_i|^2 + \varepsilon \|A\|^2.$$

В таком случае

$$\nabla \tilde{L}(A) = 2(A \cdot X^T \cdot X - Y^T \cdot X) + 2\varepsilon A.$$

Откуда

$$A = Y^T \cdot X \cdot (X^T \cdot X + \varepsilon E)^{-1},$$

где E — единичная матрица.

Дадим описание процедуры проверки метода. Предположим, что имеется еще один набор точек $\tilde{X} \subset \mathbb{R}^n$, которые не участвовали в вычислении матрицы A . Для этих точек имеется соответствующее конечное подмножество $\tilde{Y} \subset \mathbb{R}^m$. Для осуществления проверки необходимо на каждой строке x матрицы \tilde{X} вычислить Ax . Результаты записать в виде строк матрицы Y' . Таким образом

$$Y' = \tilde{X} \cdot A^T.$$

Далее необходимо в матрице Y' в каждой строке поставить 0, а в максимальной компоненте 1. Потом вычисляем разность

$$DY = Y' - \tilde{Y}$$

и считаем процент нулевых строк в матрице DY . Нулевая строка означает совпадение ожидаемого значения с предсказанным.

4. Один способ улучшения метода наименьших квадратов

Рассматривается задача поиска минимума матричной функции

$$L(A) = \sum_{i=1}^N |Ax_i - y_i|^2, \quad A \in M_{m,n}.$$

Мы будем рассматривать случай без регуляризации, считая, таким образом, что матрица $X^T X$ невырождена. Как было указано выше, решением этой задачи является матрица

$$A = (Y^T X) \cdot (X^T X)^{-1}.$$

Рассмотрим произвольную матрицу $B \in M_{m,n}$, число $\lambda \in (0, 1)$ и выполним следующие преобразования значений аппроксимируемой функции

$$y_i^\lambda = y_i + \lambda \cdot (Bx_i - y_i).$$

Соответствующую матрицу обозначим через Y_λ . Также введем обозначение

$$\Delta = (X^T X)^{-1}.$$

Решение новой задачи на минимум достигается на матрице

$$A_\lambda = Y_\lambda^T X \Delta.$$

Учитывая равенство

$$Y_\lambda = Y + \lambda \cdot (XB^T - Y),$$

получим

$$A_\lambda = Y^T X \Delta + \lambda \cdot (B X^T - Y^T) \Delta.$$

Вычислим соответствующий минимум функции

$$\begin{aligned} L(A_\lambda) &= \sum_{i=1}^N |A_\lambda x_i - y_i - \lambda \cdot (B x_i - y_i)|^2 = \\ &= \sum_{i=1}^N |Y^T X \Delta x_i - y_i + \lambda \cdot ((B X^T - Y^T) X \Delta x_i - (B x_i - y_i))|^2 = \\ &= \sum_{i=1}^N |Y^T X \Delta x_i - y_i - \lambda \cdot (Y^T X \Delta x_i - y_i)|^2 = (1 - \lambda)^2 L(A) < L(A). \end{aligned}$$

Таким образом, новый минимум на измененных данных, меньше чем минимум на исходных данных. Другими словами, матрица A_λ задает линейное отображение, которое лучше аппроксимирует функцию с обновленными данными. Применение этого метода не имеет смысла для аппроксимации функций. Но в задачах классификации может дать определенный эффект. Что мы и продемонстрируем на примере.

5. Численный эксперимент

Мы будем осуществлять проверку вышеприведенных методов на решении задачи определения наличия на фото снимке велосипедиста. Соответственно, размерность $m = 1$. Имеется набор, состоящий из 3418 картинок, которые содержат изображение велосипедиста.

Помимо этого, на основе различных фотографий городских улиц, зданий, парков и т. д. были сгенерированы фрагменты (в количестве 3690 штук) этих снимков для обучающего набора снимков, не содержащих изображение велосипедиста. В итоге у нас получился набор из 7108 изображений ($N = 7108$). Каждое изображение путем масштабирования приводилось к размеру 100. Таким образом, $N_r = N_c = 100$. Следовательно, количество признаков $n = 903$.

Подготовка данных для улучшения метода МНК состоит в том, что мы размечаем классы метками -1 и +1. Таким образом значения $y_i = \pm 1$. Дополнительно, нормируем значения входных векторов по формуле

$$x_i = x_i / 500, \quad i = 1, \dots, N.$$

Линейный классификатор определяет принадлежность классу, согласно выражению

$$\text{sign}(Ax),$$

то есть отрицательным значением линейной функции $Ax = \langle A, x \rangle$ соответствуют представители класса -1, а положительным – класса +1. Вектор A , или что тоже самое матрицу $A \in M_{1,n}$ мы будем находить минимизируя квадратичную ошибку

$$L(A) = \sum_{i=1}^N |Ax_i - y_i|^2.$$

Выберем значение $\lambda = 0,0016$ и модифицируем значения

$$y_i^\lambda = y_i + \lambda(Bx_i - y_i),$$

взяв произвольную матрицу $B \in M_{1,n}$ с коэффициентами из отрезка $[0, 1]$. Для этих значений найдем решение A_λ задачи на минимум квадратичной ошибки. При этом решение задачи на минимум ошибки будет применять только часть данных, случайно отобранных $[\frac{2N}{3}]$ образцов. Тестирование выполняется на оставшейся трети данных. Результаты проведенных экспериментов показывают, что точность классификации увеличилась на 9 % — стандартный метод наименьших квадратов правильно идентифицировал класс у 80 % тестовых образцов, а модифицированный метод — у 89 % образцов.

Используя другие модели классификации на тех же данных, были получены следующие результаты:

Метод	Процент правильного определения класса на тестовой выборке	Время выполнения предсказания, на одном изображении, сек.
KNeighborsClassifier	80,59	0,3887
Naive_bayes.GaussianNB	78,76	0,1207
DecisionTreeClassifier	90,48	0,1212
LinearDiscriminantAnalysis	86,82	0,1221
LinearSVC	86,49	0,1211
RandomForestClassifier	94,93	0,1273
Улучшенный МНК	89	0,1001

Для сравнения нами была сконструирована сверточная нейронная сеть на базе библиотеки Keras со следующей структурой

Layer (type)	Output Shape	Param #
conv2d (Conv2D)	(None, 98, 98, 18)	180
conv2d_1 (Conv2D)	(None, 96, 96, 24)	3912
max_pooling2d (MaxPooling2D)	(None, 48, 48, 24)	0
conv2d_2 (Conv2D)	(None, 44, 44, 12)	7212
max_pooling2d_1 (MaxPooling2D)	(None, 22, 22, 12)	0
flatten (Flatten)	(None, 5808)	0
dense (Dense)	(None, 2)	11618

=====
Total params: 22922 (89.54 KB)
Trainable params: 22922 (89.54 KB)
Non-trainable params: 0 (0.00 Byte)
=====

Данная нейронная сеть на тестовой выборке дала результат в 97,26 % правильно распознанных изображений. При этом на обработку одного изображения затрачивается 0,4062 секунды.

Заключение

В работе был описан метод выделения признаков на изображениях, основанный на применении интегральных преобразований — преобразования Радона, функций Стеклова, дискретного преобразования Фурье. Помимо этого, нами разработан улучшенный вариант метода наименьших квадратов, основанный на обработке полученных признаков с помощью некоторых преобразований меток обучающего набора изображений. Данный метод был применен к задаче классификации фото снимков на наличие в них изображения велосипедиста. На нескольких иллюстрирующих примерах было показано, что эти признаки вполне подходят для их использования в задачах классификации. Сравнение разработанного подхода со сверточными нейронными сетями позволяет сказать, что он им не сильно уступает по такому показателю как процент правильных предсказаний. При этом, по времени выполнения предсказания представленный в статье метод работает в 3–4 раза быстрее в зависимости от используемой модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азаров, И. С. Сверточные нейронные сети для распознавания изображений / И. С. Азаров, А. С. Прокопеня // BIG DATA и анализ высокого уровня : сб. материалов VI Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 мая 2020 года. — Минск : Беспринт, 2020. — С. 271–280.
2. Борзов, С. М. Классификация типов растительного покрова по гиперспектральным данным дистанционного зондирования земли / С. М. Борзов, О. И. Потатуркин // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Информационные технологии. — 2014. — № 12 (4). — С. 13–22.
3. Васкан, В. Д. Обзор архитектур сверточных нейронных сетей для задачи классификации изображений / В. Д. Васкан // Электронный научный журнал «ИТ-Стандарт». — 2021. — № 3. — С. 34–39.
4. Голубков, А. М. Бинарная классификация изображений на примере задачи распознавания лиц / А. М. Голубков // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2018. — № 7. — С. 26–30.
5. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. — М. : Техносфера, 2005. — 1072 с.
6. Гончарова, Е. Ф. Методы отбора признаков для задач классификации изображений земной поверхности / Е. Ф. Гончарова, А. В. Гайдель // Сборник трудов III международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии». — Самара : Новая техника, 2017. — С. 535–540.
7. Дорогов, А. Ю. Быстрая классификация JPEG-изображений / А. Ю. Дорогов, Р. Г. Курбанов, В. В. Разин // Интернет-математика 2005. Автоматическая обработка веб-данных. — 2005. — С. 147–172.

8. Исследование эффективности классификации гиперспектральных спутниковых изображений природных и антропогенных территорий / С. М. Борзов, А. О. Потатуркин, О. И. Потатуркин, А. М. Федотов // *Автометрия*. — 2016. — № 52 (1). — С. 3–14.
9. Воронина, В. В. Теория и практика машинного обучения : учеб. пособие / В. В. Воронина. — Ульяновск : Изд-во УлГТУ, 2017. — 290 с.
10. Дряба, А. Ю. Построение 3D-модели объекта по набору его изображений при помощи нейронной сети на базе алгоритма / А. Ю. Дряба // *Математическая физика и компьютерное моделирование*. — 2023. — Т. 26, № 4. — С. 31–42. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.4.1>
11. Жук, В. В. Аппроксимация функций и численное интегрирование / В. В. Жук, В. Ф. Кузютин. — СПб : Изд-во СПбГУ, 1995. — 352 с.
12. Китаев, Д. Н. Сравнение сверточной нейронной сети и метода главных компонент в задаче классификации текстурных изображений / Д. Н. Китаев // *LXVIII Молодежная научная конференция, посвященная 20-летию со дня начала эксплуатации МКС : тез. докл.* — Самара : Изд-во Самар. ун-та, 2018. — С. 88–89.
13. Купенова, Э. М. Метод случайных лесов в задачах классификации спутниковых снимков / Э. М. Купенова, А. В. Кашницкий // *Вестник ТвГУ. Серия «География и Геоэкология»*. — 2018. — № 3. — С. 99–107.
14. Ле, М. Х. Сверточная нейронная сеть для решения задачи классификации / М. Х. Ле // *Труды МФТИ*. — 2016. — № 8 (3). — С. 91–97.
15. Морозова, И. В. Классификация размытых изображений и оценка параметров системы регистрации методами морфологического анализа / И. В. Морозова, А. И. Чуличков // *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*. — 2005. — № 9 (1–4). — С. 321–344.
16. Нежевенко, Е. С. Нейросетевая классификация гиперспектральных изображений на основе преобразования Гильберта — Хуанга / Е. С. Нежевенко, А. С. Феоктистов, О. Ю. Дашевский // *Автометрия*. — 2017. — № 53 (2). — С. 79–84.
17. Осокин, В. В. О классификации изображений и музыкальных файлов / В. В. Осокин, Т. Д. Аипов, З. А. Ниязова // *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*. — 2015. — № 19 (1). — С. 49–70.
18. Пестунов, И. А. Классификация гиперспектральных изображений высокого пространственного разрешения / И. А. Пестунов, С. А. Рылов, П. В. Мельников // *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*. — 2018. — № 11 (1). — С. 69–76.
19. Сикорский, О. С. Обзор сверточных нейронных сетей для задачи классификации изображений / О. С. Сикорский, А. С. Прокопеня // *Новые информационные технологии в автоматизированных системах*. — 2017. — № 20. — С. 37–42.
20. Солдатова, О. П. Применение сверточной нейронной сети для распознавания рукописных цифр / О. П. Солдатова, А. А. Гаршин // *Компьютерная оптика*. — 2010. — № 34 (2). — С. 252–260.
21. Туркова, М. А. Корреляционные признаки для классификации текстурных изображений / М. А. Туркова, А. В. Гайдель // *Сборник трудов IV международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии»*. — Самара : Новая техника, 2018. — С. 595–599.
22. Deans, S. R. The Radon Transform and Some of Its Applications / S. R. Deans, S. Roderick. — New York : John Wiley & Sons, 1983. — 289 p.

REFERENCES

1. Azarov I.S., Prokopenya A.S. Svertochnye neyronnye seti dlya raspoznavaniya izobrazheniy [Convolutional Neural Networks for Image Recognition]. *BIG DATA i analiz vysokogo urovnya: sb. materialov VI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., Minsk, 20–21 maya 2020 goda*. Minsk, Besprint Publ., 2020, pp. 271–280.

2. Borzov S.M., Potaturkin O.I. Klassifikatsiya tipov rastitelnogo pokrova po giperspektralnym dannym distantsionnogo zondirovaniya zemli [Classification of Vegetation Cover Types Using Hyperspectral Remote Sensing Data]. *Vestn. Novosib. gos. un-ta. Seriya: Informatsionnye tekhnologii*, 2014, no. 12 (4), pp. 13-22.
3. Vaskan V.D. Obzor arkhitektur svertochnykh neyronnykh setey dlya zadachi klassifikatsii izobrazheniy [A Review of Convolutional Neural Network Architectures for Image Classification Tasks]. *Elektronnyy nauchnyy zhurnal «IT-Standart»*, 2021, no. 3, pp. 34-39.
4. Golubkov A.M. Binarnaya klassifikatsiya izobrazheniy na primere zadachi raspoznavaniya lits [Binary Classification of Images Using the Example of Face Recognition Task]. *Izvestiya SPbGETU «LETI»*, 2018, no. 7, pp. 26-30.
5. Gonsales R., Vuds R. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy* [Digital Image Processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005. 1072 p.
6. Goncharova E.F., Gaydel A.V. Metody otbora priznakov dlya zadach klassifikatsii izobrazheniy zemnoy poverkhnosti [Feature Selection Methods for Earth Surface Image Classification Problems]. *Sbornik trudov III mezhdunarodnoy konferentsii i molodezhnoy shkoly «Informatsionnye tekhnologii i nanotekhnologii»*. Samara, Novaya tekhnika Publ., 2017, pp. 535-540.
7. Dorogov A.Yu., Kurbanov R.G., Razin V.V. Bystraya klassifikatsiya JPEG-izobrazheniy [Fast JPEG Image Classification]. *Internet-matematika 2005. Avtomaticheskaya obrabotka veb-dannykh* [Internet Mathematics 2005. Automatic Processing of Web Data], 2005, pp. 147-172.
8. Borzov S.M., Potaturkin A.O., Potaturkin O.I., Fedotov A.M. Issledovanie effektivnosti klassifikatsii giperspektralnykh sputnikovyykh izobrazheniy prirodnykh i antropogennykh territoriy [Study of the Classification Efficiency of Hyperspectral Satellite Images of Natural and Anthropogenic Territories]. *Avtometriya* [Autometry], 2016, no. 52 (1), pp. 3-14.
9. Voronina V.V. *Teoriya i praktika mashinnogo obucheniya: ucheb. posobie* [Machine Learning Theory and Practice: A Tutorial]. Ulyanovsk, Izd-vo UIGTU Publ., 2017. 290 p.
10. Dryaba A.Yu. Postroenie 3D-modeli obyektov po naboru ego izobrazheniy pri pomoshchi neyronnoy seti na baze algoritma [Construction of a 3D-Model of an Object Based on a Set of Its Images Using a Neural Network Based on the Algorithm]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie* [Mathematical Physics and Computer Simulation], 2023, vol. 26, no. 4, pp. 31-42. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.4.1>
11. Zhuk V.V., Kuzytin V.F. *Approksimatsiya funktsiy i chislennoe integririrovanie* [Approximation of Functions and Numerical Integration]. Saint Petersburg, Izd-vo SPbSU, 1995. 352 p.
12. Kitaev D.N. Sravnenie svertochnoy neyronnoy seti i metoda glavnykh komponent v zadache klassifikatsii teksturnykh izobrazheniy [Comparison of Convolutional Neural Network and Principal Component Analysis in Texture Image Classification Problem]. *LXVIII Molodezhnaya nauchnaya konferentsiya, posvyashchennaya 20-letiyu so dnya nachala ekspluatatsii MKS: tez. dokl.* Samara, Izd-vo Samar. un-ta Publ., 2018, pp. 88-89.
13. Kупenova E.M., Kashnitskiy A.V. Metod sluchaynykh lesov v zadachakh klassifikatsii sputnikovyykh snimkov [Random Forest Method in Satellite Image Classification Problems]. *Vestnik TvGU. Seriya «Geografiya i Geoekologiya»* [Vestnik TvSU. Series "Geography and Geoecology"], 2018, no. 3, pp. 99-107.
14. Le M.Kh. Svyortochnaya neyronnaya set dlya resheniya zadachi klassifikatsii [Convolutional Neural Network for Solving the Classification Problem]. *Trudy MFTI* [Works of MIPT], 2016, no. 8 (3), pp. 91-97.
15. Morozova I.V., Chulichkov A.I. Klassifikatsiya razmytykh izobrazheniy i otsenka parametrov sistemy registratsii metodami morfologicheskogo analiza [Classification of Blurred Images and Evaluation of Registration System Parameters Using Morphological Analysis Methods]. *Intellektualnye sistemy. Teoriya i prilozheniya* [Intelligent Systems. Theory and Applications], 2005, no. 9 (1-4), pp. 321-344.
16. Nezhevenko E.S., Feoktistov A.S., Dashevskiy O.Yu. Neyrosetevaya klassifikatsiya giperspektralnykh izobrazheniy na osnove preobrazovaniya Gilberta — Khuanga [Neural Network Classification of Hyperspectral Images Based on the Hilbert–Huang Transform]. *Avtometriya* [Autometry], 2017, no. 53 (2), pp. 79-84.

17. Osokin V.V., Aipov T.D., Niyazova Z.A. O klassifikatsii izobrazheniy i muzykalnykh faylov [About Classification of Images and Music Files]. *Intellektualnye sistemy. Teoriya i prilozheniya* [Intelligent Systems. Theory and Applications], 2015, no. 19 (1), pp. 49-70.
18. Pestunov I.A., Rylov S.A., Melnikov P.V. Klassifikatsiya giperspektralnykh izobrazheniy vysokogo prostranstvennogo razresheniya [Classification of Hyperspectral Images of High Spatial Resolution]. *Zhurnal Sibirskogo federalnogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii* [Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies], 2018, no. 11 (1), pp. 69-76.
19. Sikorskiy O.S., Prokopenya A.S. Obzor svyortochnykh neyronnykh setey dlya zadachi klassifikatsii izobrazheniy [A Review of Convolutional Neural Networks for Image Classification Tasks]. *Novye informatsionnye tekhnologii v avtomatizirovannykh sistemakh* [New Information Technologies in Automated Systems], 2017, no. 20, pp. 37-42.
20. Soldatova O.P., Garshin A.A. Primenenie svyortochnoy neyronnoy seti dlya raspoznavaniya rukopisnykh tsifr [Using Convolutional Neural Network for Handwritten Digit Recognition]. *Kompyuternaya optika* [Computer Optics], 2010, no. 34 (2), pp. 252-260.
21. Turkova M.A., Gaydel A.V. Korrelyatsionnye priznaki dlya klassifikatsii teksturnykh izobrazheniy [Correlation Features for Texture Image Classification]. *Sbornik trudov IV mezhdunarodnoy konferentsii i molodezhnoy shkoly «Informatsionnye tekhnologii i nanotekhnologii»*. Samara, Novaya tekhnika Publ., 2018, pp. 595-599.
22. Deans S.R., Roderick S. *The Radon Transform and Some of Its Applications*. New York, John Wiley & Sons, 1983. 289 p.

METHOD OF INTEGRAL TRANSFORMATIONS IN SOLVING THE PROBLEM OF DETECTING SMALL VEHICLES IN IMAGES

Aleksey A. Klyachin

Doctor of Sciences (Physics and Mathematics),
Head of Department of Mathematical Analysis and Function Theory,
Volgograd State University
Aleksey.klyachin@volsu.ru, klyachin-aa@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0003-3293-9066>
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Vladimir A. Klyachin

Doctor of Sciences (Physics and Mathematics),
Head of the Department of Computer Science and Experimental Mathematics,
Volgograd State University
klchnv@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-1922-7849>
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Abstract. The article proposes a method for forming a set of features on images based on three integral transformations: the Radon transform, the Steklov function and the Fourier transform. Using a discrete analog of these transformations, the values that form a set of features are calculated. Depending on the transformation parameters, the number of features can be changed. We selected the values of these parameters such that the number of features is 903. The use of this approach in solving the problem of detecting small-sized, and therefore poorly visible, vehicles in video images is shown. In addition, we have developed an improved version of the least squares method based on

processing the obtained features using some transformations of the labels of the training set of images. The main essence of this method is to perform an affine transformation of the label value into a small neighborhood of its original value. A priori estimates show a decrease in the approximation error using the least squares method. The paper also shows a comparison of the developed approach with convolutional neural networks. This comparison allows us to say that it is not much inferior to them in such an indicator as the percentage of correct predictions. At the same time, in terms of prediction execution time, the method presented in the article works 3-4 times faster depending on the model used. In the practical part of the work, software tools from the OpenCV, Keras and Scikit-learn libraries were used.

Key words: image classification, integral transforms, least squares method, convolutional neural network, feature space, classification model, computer vision.