



УДК 621.317.33+621.317.335.3+621.317.411
ББК 31.232

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ ОДНОРОДНЫХ ВЕЩЕСТВ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО ИЗМЕРЕННОЙ ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПОВЕРХНОСТНОГО ИМПЕДАНСА

А.Ю. Глухов, И.В. Негинский

Рассмотрен абсолютный метод определения параметров линейных однородных веществ по измерениям частотной зависимости поверхностного импеданса цилиндрических образцов. Оценено влияние точности определения импеданса и радиуса образца на полученные при решении обратной задачи значения проводимости, магнитной и диэлектрической проницаемостей.

Ключевые слова: решение обратной задачи, проводимость, магнитная проницаемость, диэлектрическая проницаемость, поверхностный импеданс.

В настоящее время современные методы и реализованные на их основе приборы позволяют получить только один из параметров материала [2–5] – либо относительную проводимость σ , либо относительную магнитную проницаемость μ , либо относительную диэлектрическую проницаемость ϵ , в то время как важным является знание всех трех параметров. Таким образом, становится актуальной задача разработки и технической реализации экспериментального взаимодульного метода, позволяющего одновременно получить все три параметра материала. Метод позволяет, исходя из экспериментально полученной зависимости поверхностного импеданса цилиндрического образца, вычислить параметры среды. Он может быть применен для определения параметров линейных однородных материалов (как проводников, так и диэлектриков), что делает его особенно ценным как в научном, так и практическом плане.

Поверхностный импеданс является наружной характеристикой среды, позволяющей судить об амплитуде и фазе отраженной волны, не интересуясь внутренними микроскопическими процессами.

Решение электродинамической задачи расчета поверхностного импеданса $Z(\omega)$ в случае линейной однородной среды требует знания лишь параметров материала образца. Из уравнений Максвелла и материальных уравнений среды можно получить [1], что частотная зависимость поверхностного импеданса цилиндрического образца радиуса R проводимостью σ , относительной диэлектрической проницаемостью ϵ и относительной магнитной проницаемостью μ имеет следующий вид:

$$Z(\omega) = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{(\sigma + j\omega\epsilon\epsilon_0)}} \cdot \frac{J_1(\beta R)}{J_0(\beta R)} \quad (1)$$

где

$$\beta^2 = -j\omega\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon\epsilon_0);$$

ω – частота электромагнитного поля;

R – радиус цилиндрического образца;

J_1, J_0 – функции Бесселя первого рода первого и нулевого порядка соответственно;

μ_0 – магнитная постоянная;

ε_0 – электрическая постоянная.

Практический интерес представляет решение обратной задачи – исходя из экспериментально измеренной частотной зависимости поверхностного импеданса определить параметры σ , ε и μ . Для решения данной задачи вычислим производную Z'_ω :

$$Z'_\omega = \frac{\sigma Z + (\sigma + j\omega\varepsilon\varepsilon_0)[(\sigma + j\omega\varepsilon\varepsilon_0)RZ^2 - j\omega\mu\mu_0R - Z]}{2\omega(\sigma + j\omega\varepsilon\varepsilon_0)}. \quad (2)$$

Разделяя мнимую и вещественную составляющие импеданса $Z = k + jm$ и его производной $Z' = l + jn$, получим уравнение:

$$A\sigma^3 + B\sigma^2 + C\varepsilon\sigma^2 + D\varepsilon\sigma + E\varepsilon^2\sigma + F\varepsilon^2 + G\varepsilon^3 = 0, \quad (3)$$

где введены обозначения A, B, C, D, E, F, G :

$$\begin{cases} A = x^2 R = (k^2 - m^2)R, \\ B = -2l\omega, \\ C = -2kmR\omega\varepsilon_0, \\ D = 2\omega(m - n\omega)\varepsilon_0, \\ E = 4x^2 R\omega^2 \varepsilon_0^2 = 4(k^2 - m^2)R\omega^2 \varepsilon_0^2, \\ F = -4(k + l\omega)\omega^2 \varepsilon_0^2, \\ G = -8kmR\omega^3 \varepsilon_0^3. \end{cases} \quad (4)$$

Входящие в (4) коэффициенты могут быть определены экспериментально. Таким образом, имеется принципиальная возможность определить внутренние параметры материала образца σ , ε и μ исходя из частотной зависимости поверхностного импеданса образца.

Решать уравнение (3) можно различными способами. Воспользуемся избыточностью исходных данных, то есть большим числом экспериментальных значений $Z(\omega)$.

Определим коэффициенты $A-G$ в нескольких точках по частоте: $A_i = A(\omega_i) \dots G_i = G(\omega_i)$. Значение производной $Z'(\omega)$ получим из частотной характеристики $Z(\omega)$, аппроксимировав ее с помощью центральных разностей второго порядка точности.

Тогда соотношение (3) примет вид:

$$\begin{cases} \sigma = -\frac{BCDEF_{123456}}{ACDEF_{123456}} \\ \varepsilon = -\frac{1}{CDEF_{12345}}(ADEF_{12345}\sigma + BDEF_{12345}) \end{cases} \quad (5)$$

где выражения для коэффициентов $ADEF_{12345}$ – $BDEF_{12345}$ определяются по пяти различным отсчетам $Z(\omega_i)$ (см. таблицу).

С математической точки зрения решением является также вариант $\sigma = 0$. И импеданс, и его производная в этом случае чисто мнимые величины. Решение уравнения (3) тогда примет вид:

$$\begin{cases} \mu = \frac{m_2^2 \left(\frac{m_1}{\omega_1} + n_1\right) + m_1^2 \left(\frac{m_2}{\omega_2} + n_2\right)}{\mu_0 R(m_2^2 - m_1^2)}, \\ \varepsilon = \frac{n_1 - n_2 + \frac{m_1}{\omega_1} - \frac{m_2}{\omega_2}}{\varepsilon_0 R(m_2^2 - m_1^2)}. \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, получив экспериментальную частотную характеристику поверхностного импеданса цилиндрического образца радиуса R , можно вычислить параметры σ , ε и μ материала образца.

Оценим методические погрешности данного метода восстановления параметров среды по экспериментальным результатам. При измерениях с помощью экспериментальной установки определяются вещественные и мнимые составляющие комплексного импеданса цилиндрического образца. Также существенным параметром является радиус образца R .

Значения коэффициентов (4) для пяти различных частот $\omega_1 \dots \omega_5$

$A_1 = A(\omega_1)$	$G_1 = G(\omega_1)$
...	...
$A_5 = A(\omega_5)$	$G_5 = G(\omega_5)$
$AA_{12} = A_1G_2 - A_2G_1,$ $BB_{12} = B_1G_2 - B_2G_1,$ $CC_{12} = C_1G_2 - C_2G_1,$ $DD_{12} = D_1G_2 - D_2G_1,$ $EE_{12} = E_1G_2 - E_2G_1,$ $FF_{12} = F_1G_2 - F_2G_1,$	$AA_{56} = A_5G_6 - A_6G_5,$ $BB_{56} = B_5G_6 - B_6G_5,$ $CC_{56} = C_5G_6 - C_6G_5,$ $DD_{56} = D_5G_6 - D_6G_5,$ $EE_{56} = E_5G_6 - E_6G_5,$ $FF_{56} = F_5G_6 - F_6G_5,$
$AF_{123} = AA_{12}FF_{23} - AA_{23}FF_{12},$ $BF_{123} = BB_{12}FF_{23} - BB_{23}FF_{12},$ $CF_{123} = CC_{12}FF_{23} - CC_{23}FF_{12},$ $DF_{123} = DD_{12}FF_{23} - DD_{23}FF_{12},$ $EF_{123} = EE_{12}FF_{23} - EE_{23}FF_{12},$	$AF_{456} = AA_{45}FF_{56} - AA_{56}FF_{45},$ $BF_{456} = BB_{45}FF_{56} - BB_{56}FF_{45},$ $CF_{456} = CC_{45}FF_{56} - CC_{56}FF_{45},$ $DF_{456} = DD_{45}FF_{56} - DD_{56}FF_{45},$ $EF_{456} = EE_{45}FF_{56} - EE_{56}FF_{45},$
$AEF_{1234} = AF_{123}EF_{234} - AF_{234}EF_{123},$ $BEF_{1234} = BF_{123}EF_{234} - BF_{234}EF_{123},$ $CEF_{1234} = CF_{123}EF_{234} - CF_{234}EF_{123},$ $DEF_{1234} = DF_{123}EF_{234} - DF_{234}EF_{123},$	$AEF_{3456} = AF_{345}EF_{456} - AF_{456}EF_{345},$ $BEF_{3456} = BF_{345}EF_{456} - BF_{456}EF_{345},$ $CEF_{3456} = CF_{345}EF_{456} - CF_{456}EF_{345},$ $DEF_{3456} = DF_{345}EF_{456} - DF_{456}EF_{345},$
$ADEF_{12345} = AEF_{1234}DEF_{2345} - AEF_{2345}DEF_{1234},$ $BDEF_{12345} = BEF_{1234}DEF_{2345} - BEF_{2345}DEF_{1234},$ $CDEF_{12345} = CEF_{1234}DEF_{2345} - CEF_{2345}DEF_{1234},$ $ADEF_{23456} = AEF_{2345}DEF_{3456} - AEF_{3456}DEF_{2345},$ $BDEF_{23456} = BEF_{2345}DEF_{3456} - BEF_{3456}DEF_{2345},$ $CDEF_{23456} = CEF_{2345}DEF_{3456} - CEF_{3456}DEF_{2345},$	
$ACDEF_{123456} = ADEF_{12345}CDEF_{23456} - ADEF_{23456}CDEF_{12345},$ $BCDEF_{123456} = BDEF_{12345}CDEF_{23456} - BDEF_{23456}CDEF_{12345},$	

Рассмотрим влияние точности определения $Z(\omega)$ и R на вычисленные в рамках метода σ , ε и μ . Оценим влияние точности определения радиуса на точность восстановления относительной проводимости. Для этого представим $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$ и $R = R_0 + \Delta R$. Подставляя последние выражения в (3) и (4), делая необходимые преобразования, получим следующее выражение для относительной погрешности проводимости:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{x^2\sigma_0^2\Delta R - 2\omega\varepsilon\varepsilon_0 km\sigma_0\Delta R + 2\omega\varepsilon\varepsilon_0(m-n\omega)}{4l\omega\sigma_0 + 4\omega\varepsilon\varepsilon_0 km\sigma_0 R_0 - 3x^2 R_0 \sigma_0^2 - 2\omega(m-n\omega)\varepsilon\varepsilon_0}. \tag{7}$$

Производя аналогичные вычисления для $\varepsilon = \varepsilon' + \Delta\varepsilon$ и $R = R_0 + \Delta R$, можно оценить влияние точности определения радиуса на ошибку восстановления относительной диэлектрической проницаемости ε :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{x^2 \sigma^2 \Delta R - 2\omega \varepsilon' \varepsilon_0 k m \sigma \Delta R}{2\omega \varepsilon' \varepsilon_0 k m \sigma R_0 - 2\omega \varepsilon' \varepsilon_0 (m - n \omega)}. \quad (8)$$

Анализ соотношений (7) и (8) показывает, что погрешность для проводимости и диэлектрической проницаемости практически линейно зависит от погрешности определения радиуса образца.

Численное моделирование использования метода восстановления параметров для цилиндрического образца радиуса $R = 4,5$ мм дает следующие результаты.

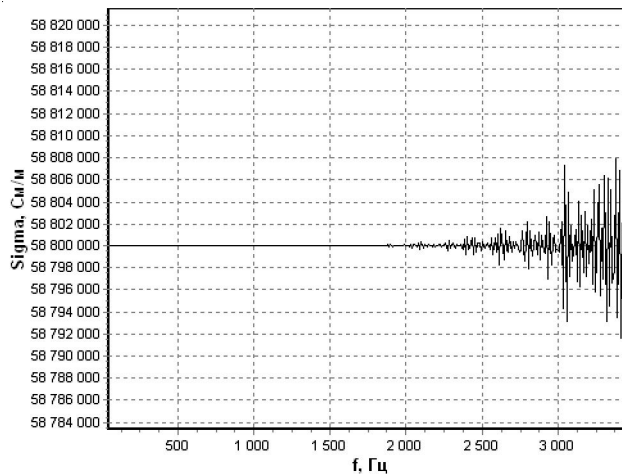


Рис. 1. Зависимость восстановленного значения проводимости Sigma медного образца с проводимостью $\sigma = 58,8 \cdot 10^6$ См/м

Как видно из рисунка 1, отклонение восстановленного значения проводимости от исходного не превышает $1,4 \cdot 10^{-4}$ %.

Аналогичная ситуация наблюдается и с алюминиевым образцом проводимостью $\sigma = 36 \cdot 10^6$ См/м (рис. 2). В этом случае ошибка не превышает $4,5 \cdot 10^{-5}$ %.

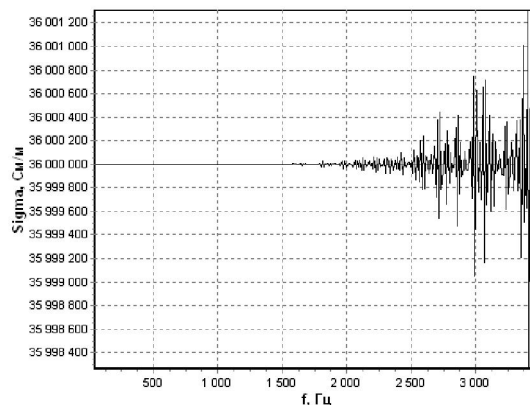


Рис. 2. Зависимость восстановленного значения проводимости Sigma алюминиевого образца с проводимостью $\sigma = 36 \cdot 10^6$ См/м

Из графиков (рис. 1 или рис. 2) видно, что ошибка в восстановленном значении относительной проводимости цилиндрического образца возрастает с возрастанием частоты. Это

связано с особенностью программного расчета самих значений импеданса $Z(\omega)$, а не с точностью метода, поскольку для его реализации используются только простейшие арифметические операции.

Таким образом, теоретически обоснована и численно проверена возможность определения параметров материала σ , ε и μ цилиндрических образцов по интегральным измерениям частотной характеристики поверхностного импеданса. Анализ точности метода показывает довольно высокую чувствительность результатов восстановления к погрешности определения радиуса образца.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатьев, В. К. Измеритель поверхностного импеданса / В. К. Игнатьев, И. В. Негинский // ПТЭ. – 1998. – № 2. – С. 60–66.
2. Матвейчук, В. Ф. Измерения электромагнитных свойств материалов с низкими потерями на СВЧ методами диэлектрического резонатора / В. Ф. Матвейчук, С. Н. Сибирцев, Н. М. Карих // Измерительная техника. – 2004. – № 8. – С. 30–35.
3. Пчельников, Ю. Н. Радиоволновые методы контроля электромагнитных параметров радиопоглощающих материалов / Ю. Н. Пчельников, А. А. Елизаров // Измерительная техника. – 1994. – № 12. – С. 9–11.
4. Сандовский, В. А. Методика измерения и аттестации образцов удельной электрической проводимости / В. А. Сандовский, В. В. Дякин, М. С. Дударев // Измерительная техника. – 2005. – № 9. – С. 59–65.
5. Чечерников, В. И. Магнитные измерения. Изд. 2-е / В. И. Чечерников. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 386 с.

RESEARCH OF THE METHOD OF RECOVERING THE PARAMETERS OF LINEAR HOMOGENEOUS SUBSTANCES EXPERIMENTALLY MEASURED FREQUENCY DEPENDENCE OF THE SURFACE IMPEDANCE

A. Yu. Glukhov, I. V. Neginsky

Considered an absolute method of determining the parameters of linear homogeneous materials by measuring the frequency dependence of the surface impedance of cylindrical samples. The influence of the accuracy of the impedance and the radius of the sample obtained by solving the inverse value of conductivity, magnetic and dielectric constant.

Key words: *inverse problem, conductivity, magnetic permeability, dielectric constant, the surface impedance.*