



DOI: <https://doi.org/10.15688/jvolsu1.2016.5.7>

УДК 51.76

ББК 22.19

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИАЦИОННОГО ПОЛЯ В БИОТКАНИ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ<sup>1</sup>

**Максим Валентинович Поляков**

Студент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,  
Волгоградский государственный университет  
maxim.v.polyakov@gmail.com, infomod@volsu.ru  
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

**Александр Валентинович Хоперсков**

Доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,  
Волгоградский государственный университет  
khoperskov@volsu.ru  
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

**Аннотация.** Обсуждаются результаты проведения имитационных экспериментов по моделированию динамики температурных и радиационных полей в биотканях молочной железы для повышения эффективности медицинской диагностики методом микроволновой радиотермометрии с использованием различных схем выбора опорных точек местоположения антенны. В основе модели лежит совместное интегрирование нестационарных уравнений переноса тепла и уравнений Максвелла. Вместо традиционно используемых моделей с однородными параметрами в многослойном приближении, в наших вычислительных моделях исходим из реалистичной геометрической структуры тканей с неоднородными характеристиками, учитывая также нитевидные соединительные ткани, долевыми структурами молочной железы, выводные протоки, жировые ткани, характеризующиеся различными значениями физических параметров. Расчеты динамики внутренней температуры молочной железы, имитирующие процесс проведения диагностических измерений, когда диагностический объект находится в состоянии адаптации к температурным условиям внешней среды, дают характерное время установления квазистационарного температурного поля порядка 30 минут. Это время слабо зависит от особенностей внутренней структуры здоровой биоткани.

**Ключевые слова:** численное моделирование, биологические ткани, перенос тепла, электромагнитное поле, яркостная температура, молочные железы, диагностика, онкология.

## Введение

Эффективность методов медицинской диагностики злокачественных опухолей на основе методов радиотермометрии в существенной мере зависит от точности определения пространственного распределения температуры внутри биологической ткани [6; 15] и выявления связи между этой температурой в разных зонах с наличием раковых образований [1; 6; 12; 19; 20]. Данная работа направлена на изучение особенностей динамики температуры внутри молочной железы на основе вычислительных экспериментов, имитирующих процесс измерения температуры во время проведения медицинской диагностики [12]. Распределение температуры внутри биоткани формируется в результате сложных процессов переноса тепла в сильно неоднородной среде при наличии источников тепла, связанных с кровотоками, тепловыделением в результате «физиологических процессов». Наличие злокачественных образований приводит к существенной перестройке переноса тепла внутри ткани.

Тепловой баланс, по-видимому, сильно зависит от индивидуальных особенностей внутренней структуры, распределения железистой ткани и ее тонкой структуры, соединительной и жировой ткани, костно-мышечного блока, каждая из этих компонент описывается набором неоднородных параметров (теплопроводность, влагосодержание, удельное тепловыделение, электропроводность, диэлектрическая проницаемость, теплоемкость и др.) [4]. Имеется несколько механизмов переноса тепла. К числу основных относятся перенос за счет молекулярной теплопроводности и радиационный перенос энергии в инфракрасном диапазоне внутри биотканей.

В основе метода микроволновой радиотермометрии (РТМ) лежит измерение так называемой яркостной температуры  $T_b$  (или эффективной температуры) с использованием специальной антенны [2; 16–18; 20], которая определяет распределение электрического поля внутри биоткани. И получаемая  $T_b$  является результатом определенного усреднения температуры в некотором объеме  $V_b$ . В данной работе в п. 2.1 обсуждаются результаты вычислений температуры  $T_b$  для различных значений объема  $V_b$ . Другая проблема связана с нестационарным поведением температуры в процессе измерений, что обусловлено самой методикой проведения диагностики. Во время адаптации организма к температурным условиям воздуха происходят изменения глубинных температур. Чтобы избавиться от этой временной зависимости  $t$  измерения стараются провести после наступления полной тепловой адаптации пациента. Однако измеряемая при проведении медицинской диагностики зависимость  $T_b^{(exp)}(t)$  может являться важным источником информации о свойствах биологической ткани, если проводить сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования  $T_b^{the}$  (п. 2.2).

## 1. Математическая и численная модели

В качестве модели молочной железы выберем полусферу радиуса  $R_0$ , соприкасающуюся с параллелипипедом, который моделирует костно-мышечный блок (см. рис. 1).

Считаем температуру окружающей среды  $T_{ext}$  и температуру костно-мышечного блока  $T_{bm}$  постоянными. Внутренняя структура определяется пятью базовыми компонентами: кожа, соединительная ткань, жировая ткань, кровотоки, молочные железы. Каждая из которых характеризуется своим набором физических параметров. Размеры компонент и их местоположения варьируются, что дает набор имитационных моделей.

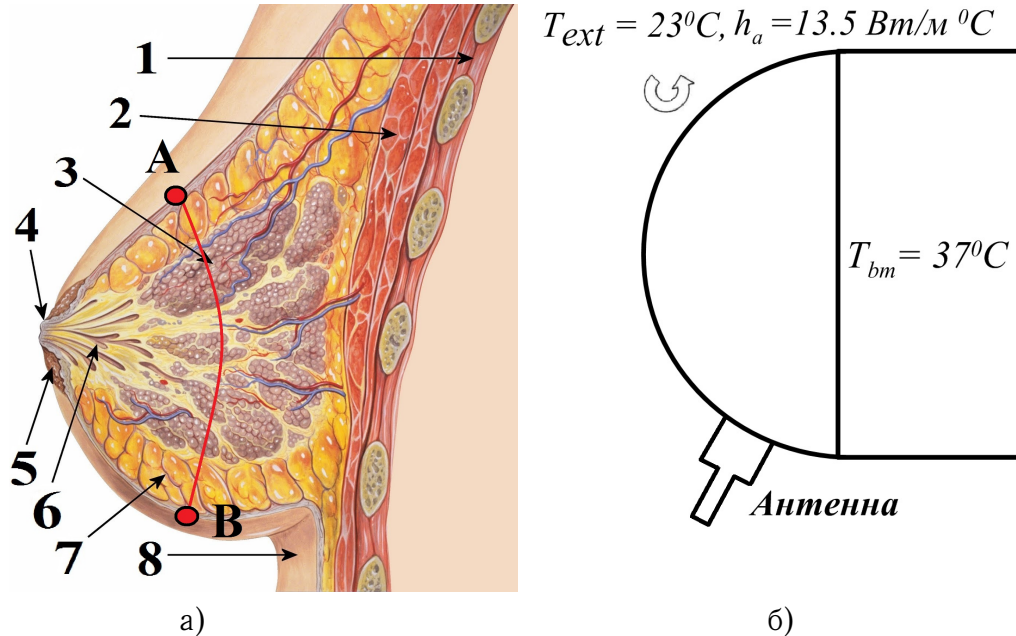


Рис. 1: а) — Схема внутренней структуры молочной железы. На схеме: 1 — межреберные мышцы; 2 — большая грудная мышца; 3 — долька молочной железы; 4 — сосок; 5 — ареол; 6 — млечный синус; 7 — жировая ткань; 8 — кожа; б) — Геометрия модели для исследования динамики внутренней температуры

Антенна с частотой несколько ГГц позволяет измерять тепловое излучение от биотканей в определенном диапазоне частот  $f_{min} \leq f \leq f_{max}$ . Во время измерений антенна соприкасается в строго фиксированных местах (см. рис. 1б, [15]). Поскольку биологическая ткань имеет неоднородную температуру, то такой метод дает средневзвешенную температуру некоторой внутренней области  $T_b^{(exp)}$ . Погрешность метода РТМ обусловлена также шумовой температурой приемника  $T_{REC}$ , эффектами рассогласования в антенне (определяется коэффициентом  $S_{11}(f)$ ), влиянием окружающей среды ( $T_{EMI}$ ). В результате яркостная температура определяется интегральным представлением вида:

$$T_B^{(exp)} = \int_{f_{min}}^{f_{max}} \left\{ s_{11} \left[ T_{EMI} + \int_{V_b} W(x, y, z; f) T(x, y, z) dV \right] + |S_{11}(f)|^2 T_{REC} \right\} df, \quad (1)$$

где  $s_{11} = 1 - |S_{11}|^2$  учитывает рассогласование антенны;  $W = \frac{P_d(x,y,z;f)}{\int_{V_b} P_d dV}$  — весовая функция с учетом нормировки  $\int_{V_b} W dV = 1$ ;  $P_d = \frac{1}{2} \sigma(x, y, z; f) \cdot |E(x, y, z; f)|^2$  — плотность мощности электрической энергии;  $\sigma$  — электрическая проводимость.

Распределение электрического поля  $\vec{E}(x, y, z; f)$  можно описывать уравнением Гельм-

гольца

$$\Delta \vec{E} + \frac{f^2}{c^2} \epsilon_c \vec{E} = -\vec{\nabla} \left( \vec{E} / \epsilon_c \cdot \vec{\nabla}(\epsilon_c) \right), \quad (2)$$

$\epsilon_c(x, y, z; f)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\vec{\nabla} = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\}$  — оператор набла;  $\Delta$  — оператор Лапласа [15]. Правая часть (2) учитывает неоднородность диэлектрических свойств в биоткани.

Динамика температуры определяется уравнением переноса тепла [3; 4; 15; 21]

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} (\kappa \nabla T) + Q, \quad (3)$$

где  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности;  $C_p$  — коэффициент теплоемкости;  $\rho$  — объемная плотность; функция источников и стоков тепла  $Q = \Sigma Q_i$  определяется метаболическими процессами  $Q_1 = Q_{met}$ , наличием кровотоков  $Q_2 = Q_{bl}$ , радиационным охлаждением  $Q_3 = Q_{rad}$ , раковыми образованиями  $Q_4 = Q_{car}$ .

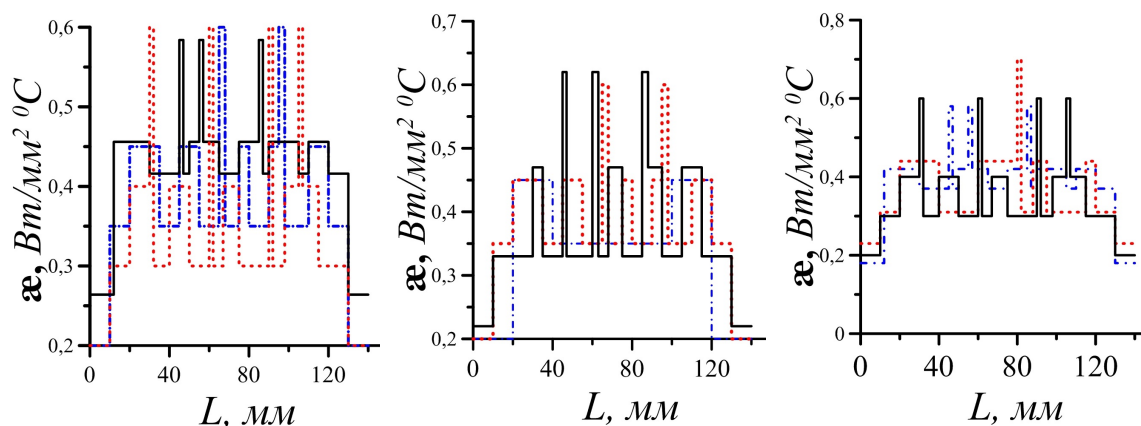


Рис. 2. Распределение коэффициента теплопроводности вдоль линии  $AB$  (см. рис. 1 а) для девяти различных имитационных моделей, различающихся внутренней структурой

Поскольку исследуемая биоткань характеризуется сильной пространственной неоднородностью (жировая ткань, кожа, соединительная ткань, кровотоки, раковые образования), то основные физические параметры биоткани существенно зависят от координат. На рисунке 1а хорошо видна сильная мелкомасштабная неоднородность биоткани. Причем эта неоднородность сильно варьируется у разных людей. В качестве примера на рисунке 2 показаны профили коэффициента теплопроводности вдоль заданной линии  $AB$  на рисунке 1 для 9 различных моделей внутренней структуры, различающихся расположением и размерами структурных элементов. Таким образом, имитационные модели различаются распределением пространственных характеристик внутри биологической ткани.

Для построения стационарного распределения электрического поля вместо (2) удобно использовать расчет на установление, решая уравнения Максвелла на нестационарное электрическое  $\vec{E}$  и магнитное  $\vec{B}$  поля:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times \vec{E} = 0, \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \nabla \times \vec{H} = 0, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (4)$$

Воспользуемся численной схемой [22; 23] для равномерной сетки  $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ ,  $y_{j+1} = x_j + \Delta y$ ,  $z_{k+1} = x_k + \Delta z$  [11]:

$$\frac{B_x^{n+1/2}(x_i, y_{j+1/2}, z_{k+1/2}) - B_x^{n-1/2}(x_i, y_{j+1/2}, z_{k+1/2})}{\Delta t} = \tag{5}$$

$$= \frac{E_y^n(x_i, y_{j+1/2}, z_{k+1}) - E_y^n(x_i, y_{j+1/2}, z_k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(x_i, y_{j+1}, z_{k+1/2}) - E_z^n(x_i, y_j, z_{k+1/2})}{\Delta y},$$

$$\frac{D_x^n(x_{i+1/2}, y_j, z_k) - D_x^{n-1}(x_{i+1/2}, y_j, z_k)}{\Delta t} = \tag{6}$$

$$= \frac{H_z^{n-1/2}(x_{i+1/2}, y_{j+1/2}, z_k) - H_z^{n-1/2}(x_{i+1/2}, y_{j-1/2}, z_k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-1/2}(x_{i+1/2}, y_j, z_{k+1/2}) - H_y^{n-1/2}(x_{i+1/2}, y_j, z_{k-1/2})}{\Delta z},$$

$$\frac{B_y^{n+1/2}(x_{i+1/2}, y_j, z_{k+1/2}) - B_y^{n-1/2}(x_{i+1/2}, y_j, z_{k+1/2})}{\Delta t} = \tag{7}$$

$$= -\frac{E_x^n(x_{i+1/2}, y_j, z_{k+1}) - E_x^n(x_{i+1/2}, y_j, z_k)}{\Delta z} + \frac{E_z^n(x_{i+1}, y_j, z_{k+1/2}) - E_z^n(x_i, y_j, z_{k+1/2})}{\Delta x}.$$

Остальные уравнения, содержащие слагаемые  $\partial B_z/\partial t$ ,  $\partial D_y/\partial t$ ,  $\partial D_z/\partial t$ , аппроксимируются аналогичными конечно-разностными выражениями. На величины  $\Delta t$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и  $\Delta z$  накладываются стандартные ограничения, связанные с устойчивостью явной численной схемы

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} > c_{\max} \Delta t, \tag{8}$$

где  $c_{\max}$  — максимальное значение скорости света в объеме  $V_b$  (в качестве  $c_{\max}$  удобно выбрать скорость света в вакууме).

На рисунке 3 приведено распределение стационарного электрического поля в сечении, когда антенна располагается в зоне соска — в так называемой точке «0» [15]. Рассчитанное пространственное распределение  $\vec{E}(x, y, z)$  используется для вычисления внутренней температуры (1). Распределение электрического поля зависит от местоположения антенны. Для стандартной методики проведения диагностики используется 9 точек на груди пациента, для каждой из которых измеряется внутренняя температура.

## 2. Результаты моделирования

### 2.1. Зависимость эффективной температуры от объема интегрирования

При определении средневзвешенной температуры  $T_B^{(exp)}$  по формуле (1) результат зависит от объема биоткани  $V_b$ , по которому определяется внутренняя температура. Чем более неоднородной является распределение температуры  $T(x, y, z)$ , тем труднее

связать величину  $T_B^{(exp)}$  с реальной физической температурой внутри ткани. Рассмотрим степень влияния выбора объема интегрирования  $V_b$  на временную динамику внутренней температуры  $T_B^{(exp)}$ . В качестве объемов  $V_b$  рассмотрим серию шаров с фиксированным центром ограничивающей сферы и различным диаметром в пределах  $D = 0.5 \div 5$  см. На рисунке 4 полученные таким образом профили внутренней температуры сравниваются с  $T_B^{(exp)}$ , рассчитанной для всего объема молочной железы  $V_b^{(tot)}$ .

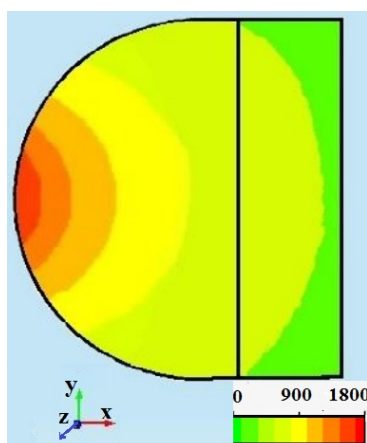


Рис. 3. Распределение электрического поля в плоскости  $(x, y)$ . Антенна расположена по центру  
вблизи соска

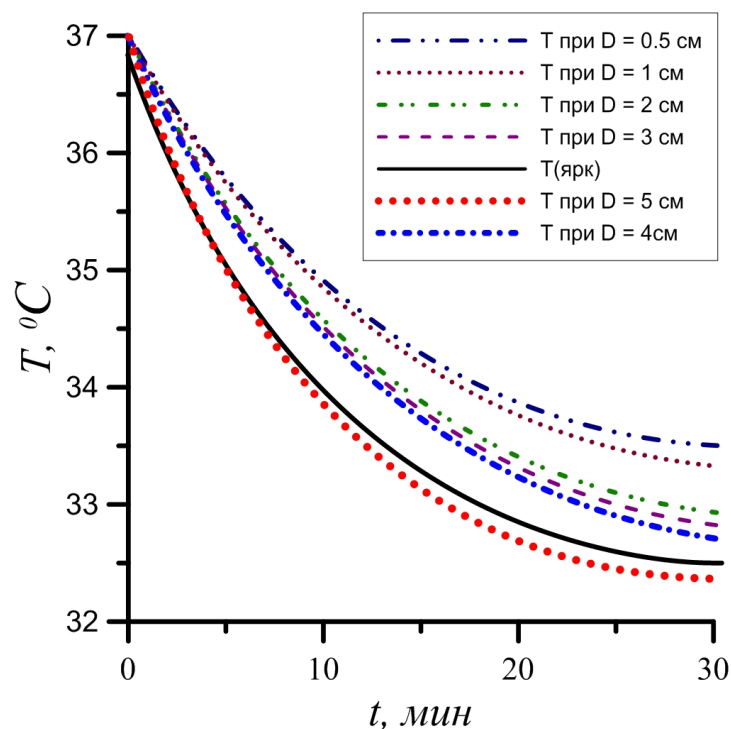


Рис. 4. Зависимость внутренней температуры  $T_B$  от времени  
в модели с различными значениями объемов  $V_b$  (см. (1))

Для маленьких значений объема  $V_b$  рассчитанная температура на стационарном режиме может различаться от случая  $V_b^{(tot)}$  примерно на градус. С ростом объема  $V_b$  расхождение между температурами уменьшается.

## 2.2. Моделирование температурной адаптации внутренней температуры к изменению температуры окружающей среды

При традиционном проведении диагностики измеряется внутренняя температура примерно через 30 мин после начала обследования в условиях адаптации организма к температуре окружающей среды. Временная зависимость температуры  $T_B^{(the)}(t)$ , моделирующая процесс адаптации, может быть рассчитана с использованием (1)–(7). Согласно зависимости  $T_B^{(the)}(t)$  с данными медицинских измерений  $T_B^{(obs)}(t)$ , мы можем лучше верифицировать теоретическую модель.

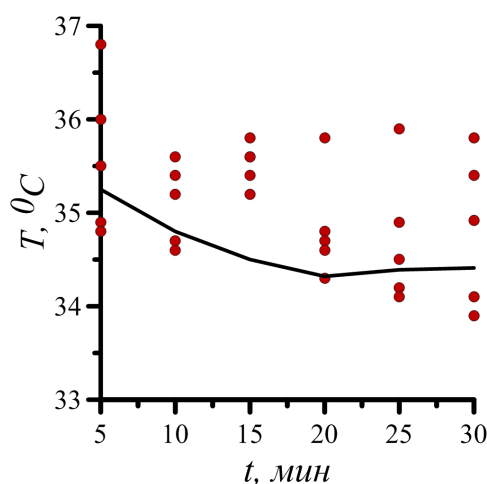


Рис. 5. Временные изменения внутренней температуры для различных моделей (сплошные линии) и результатов медицинских измерений (различные символы)

На рисунке 5 приведена типичная временная динамика внутренней температуры молочной железы. В отличие от монотонного уменьшения температуры в модели с выходом на стационарные значения после  $t \simeq 30$  мин температура по результатам медицинских измерений меняется более сложным образом. Однако в целом за 30 мин имеем близкое по величине уменьшение примерно на  $1^\circ\text{C}$ .

### Заключение

Численные модели для расчета внутренней температуры на основе уравнения переноса тепла и учитывающие пространственное распределение электрического поля антенны показывают хорошее согласие с результатами измерений в рамках метода микроволновой радиотермометрии. Перспективным является исследование динамики изменения внутренней температуры, позволяющее повысить качество теоретических моделей и оценить точность рассчитываемых температур. Нестационарная задача построения температурного поля в условиях, сходных с диагностическими измерениями, когда диагностический объект находится в состоянии адаптации к температурным условиям внешней среды, может рассматриваться как дополнительный нагрузочный тест, на который неизменная молочная железа и опухоль могут реагировать по-разному.

Наши расчеты динамики внутренней температуры молочной железы указывают на характерное время установления квазистационарного температурного поля порядка 30 мин, и это время слабо зависит от особенностей внутренней структуры здоровой

биоткани.

Построенные модели позволяют оценить погрешность определения внутренней температуры пациента из-за неопределенности внутренней структуры биоткани конкретного пациента.

Сильная персональная изменчивость внутренней структуры молочной железы у различных пациентов требует построения больших кубов данных по результатам многочисленных имитационных экспериментов, что является значительной проблемой из-за необходимости многократного интегрирования системы дифференциальных уравнений в частных производных, решение которой, очевидно, требует перехода на графические процессоры [7–10; 13; 14].

Авторы благодарны М.Е. Ковалеву за предоставленные данные измерений внутренней температуры.

### **ПРИМЕЧАНИЕ**

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 15-47-02642 р\_а. Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бочкарев, О. А. Регрессионная модель диагностики патологий молочных желез по данным микроволновой радиотермометрии / О. А. Бочкарев, А. В. Зенович, А. Г. Лосев // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2015. — № 6 (31). — С. 72–82. — DOI: 10.15688/jvolsu1.2015.6.4.

2. Веснин, С. Г. Миниатюрные антенны-аппликаторы для микроволновых радиотермометров медицинского назначения / С. Г. Веснин, К. М. Седакин // Биомедицинская радиоэлектроника. — 2011. — № 10. — С. 51–356.

3. Веснин, С. Г. Разработка серии антенн-аппликаторов для неинвазивного измерения температуры тканей организма человека при различных патологиях / С. Г. Веснин, К. М. Седакин // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2012. — № 11. — С. 1–18.

4. Влияние особенностей мелкомасштабной структуры молочной железы на распределение глубинной температуры при использовании радиотермометрической диагностики / А. В. Хоперсков, С. С. Храпов, В. В. Новочадов, Д. В. Бурнос // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2014. — № 6 (25). — С. 60–68. — DOI: 10.15688/jvolsu1.2014.6.6.

5. Возможности полноцветной трехмерной реконструкции биологических объектов методом послойного наложения: коленный сустав крысы / А. А. Терпиловский, Х. П. Тирас, А. В. Хоперсков, В. В. Новочадов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 11, Естественные науки. — 2015. — № 4 (14). — С. 6–14. — DOI: 10.15688/jvolsu11.2015.4.1.

6. Глазунов, В. А. Генетические алгоритмы определения высокоинформативных признаков заболеваний молочных желез / В. А. Глазунов, А. В. Зенович, А. Г. Лосев // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2015. — № 5 (30). — С. 71–85. — DOI: 10.15688/jvolsu1.2015.5.6.

7. Гончарский, А. В. Задачи волновой томографии с неполным диапазоном данных / А. В. Гончарский, С. Ю. Романов, С. Ю. Сerezников // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. — 2014. — Т. 15, № 2. — С. 274–285.

8. Дьяконова, Т. А. Компьютерное моделирование динамики затопления территорий в случае чрезвычайных ситуаций с использованием технологий параллельных вычислений



/ Т. А. Дьяконова, А. В. Хоперсков, С. С. Храпов // Кибернетика и программирование. — 2016. — № 3. — С. 17–34.

9. Евстигнеев, Н. М. Высокоскоростные параллельные алгоритмы решения задач механики сплошной среды методом сглаженных частиц / Н. М. Евстигнеев, Ф. С. Зайцев, О. И. Рябков // Доклады академии наук. — 2014. — Т. 459, № 3. — С. 280–284. — DOI: 10.7868/S0869565214290040.

10. Ильин, В. П. Фундаментальные вопросы математического моделирования / В. П. Ильин // Вестник Российской академии наук. — 2016. — Т. 86, № 4. — С. 118–286. — DOI: 10.1134/S101933161602009X.

11. Курушин, А. А. Проектирование СВЧ устройств в среде CST Microwave Studio / А. А. Курушин, А. Н. Пластикова. — М.: Изд-во МЭИ, 2011. — 155 с.

12. Лосев, А. Г. О взаимосвязи некоторых признаков РТМ-диагностики заболеваний молочных желез / А. Г. Лосев, Е. А. Мазепа, Х. М. Сулейманова // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2015. — № 4 (29). — С. 35–51.

13. Моделирование взаимодействия с преградой потока несжимаемой жидкости методами VOF и SPH / С. П. Копысов, Л. Е. Тонков, А. А. Чернова, А. С. Сармакеева // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. — 2015. — Т. 25, № 3. — С. 405–420.

14. Никитин, А. А. Параллельный алгоритм решения уравнения Эйконала для трехмерных задач сейсморазведки / А. А. Никитин, А. С. Сердюков, А. А. Дучков // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. — 2015. — Т. 13, № 3. — С. 19–28.

15. Проблемы измерения и моделирования тепловых и радиационных полей в биотканях: анализ данных микроволновой термометрии / А. Г. Лосев, А. В. Хоперсков, А. С. Астахов, Х. М. Сулейманова // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2015. — № 6 (31). — С. 98–142.

16. Применение радиотермометра диагностического компьютеризированного интегральной глубинной температуры ткани для диагностики рака молочной железы / Л. М. Бурдина, В. А. Хайленко, Е. В. Кижаяев, А. А. Легков, Е. Г. Пинхосевич, Ч. К. Мустафин, А. В. Вайсблат, С. Г. Веснин, Н. Н. Тихомирова. — М.: РМАПО, 1999. — 35 с.

17. Применение радиотермометра для диагностики рака молочной железы / Л. М. Бурдина, А. В. Вайсблат, С. Г. Веснин, М. А. Конкин, А. В. Лашенков, Н. Г. Наумкина, Н. Н. Тихомирова // Маммология. — 1998. — № 2. — С. 3–12.

18. Early breast cancer detection method based on a simulation study of single-channel passive microwave radiometry imaging / S. A. Kostopoulos, A. D. Savva, P. A. Asvestas, C. D. Nikolopoulos, C. N. Capsalis, D. A. Cavouras // Journal of Physics: Conference Series. — 2015. — Vol. 633. — Article ID: 012120. — DOI: 10.1088/1742-6596/633/1/012120.

19. El-Shenawee, M. Numerical assessment of multifrequency microwave radiometry for sensing malignant breast cancer tumors / M. El-Shenawee // Microwave and Optical Technology Letters. — 2003. — № 36 (5). — P. 394–398.

20. Flexible Antenna Array for Early Breast Cancer Detection using Radiometric Technique / A. Afyfi, L. Bellarbi, F. Riouch, A. Errachid, M. A. Sennouni // International journal of biology and biomedical engineering. — 2016. — Vol. 10. — P. 10–17.

21. Rodrigues, D. B. Numerical 3D modeling of heat transfer in human tissues for microwave radiometry monitoring of brown fat metabolism / D. B. Rodrigues // Progress in Biomedical Optics and Imaging — Proceedings of SPIE. — 2013. — DOI: 10.1117/12.2004931.

22. Wieland, T. A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields / T. Wieland // Electronics and Communications AEEU. — 1977. — Vol. 31. — № 3. — P. 116–120.

23. Yee, K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media / K. S. Yee // IEEE Transactions Antennas Propagation. — 1966. — Vol. 14. — № 4. — P. 302–307.

## REFERENCES

1. Bochkarev O.A., Zenovich A.V., Losev A.G. Regressionnaya model diagnostiki patologiy molochnykh zhelez po dannym mikrovolnovoy radiotermometrii [Regression Model for Diagnosis of Breast Pathology According to Microwaves Radiometry Data]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1, Matematika. Fizika* [Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics], 2015, no. 6 (31), pp. 72-82. DOI: 10.15688/jvolsu1.2015.6.4.
2. Vesnin S.G., Sedakin K.M. Miniaturnye anteny-applikatory dlya mikrovolnovykh radiotermometrov meditsinskogo naznacheniya [Miniature Antennas for Medical Microwave Radiometers]. *Biomeditsinskaya radioelektronika*, 2011, no. 10, pp. 51-356.
3. Vesnin S.G., Sedakin K.M. Razrabotka serii antenn-applikatorov dlya neinvazivnogo izmereniya temperatury tkaney organizma cheloveka pri razlichnykh patologiyakh [Development of Antenna-Applicator Series for Tissue Temperature Non-Invasive Measurement of a Human]. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 11, pp. 1-18.
4. Khoperskov A.V., Khrapov S.S., Novochadov V.V., Burnos D.V. Vliyanie osobennostey melkomasshtabnoy struktury molochnoy zhelezy na raspredelenie glubinnoy temperatury pri ispolzovanii radiotermometricheskoy diagnostiki [The Effect of Small-Scale Mammary Glands Structure on the Deep Temperature Using the Microwave Radiometry Diagnostics]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1, Matematika. Fizika* [Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics], 2014, no. 6 (25), pp. 60-68. DOI: 10.15688/jvolsu1.2014.6.6.
5. Terpilovskiy A.A., Tiras Kh.P., Khoperskov A.V., Novochadov V.V. Vozmozhnosti polnotsvetnoy trekhmernoy rekonstruktsii biologicheskikh obyektov metodom posloynogo nalozheniya: kolennyi sustav krysy [The Possibilities of Full-Color Three-Dimensional Reconstruction of Biological Objects by the Method of Layer-By-Layer Overlapping: Knee Joint of a Rat]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 11, Estestvennye nauki* [Journal of Volgograd State University. Natural sciences], 2015, no. 4 (14), pp. 6-14. DOI: 10.15688/jvolsu11.2015.4.1.
6. Glazunov V.A., Zenovich A.V., Losev A.G. Geneticheskie algoritmy opredeleniya vysokoinformativnykh priznakov zabolevaniy molochnykh zhelez [Genetic Algorithms for Determination of the Highly Informative Signs of Mammary Glands Diseases]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1, Matematika. Fizika* [Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics], 2015, no. 5 (30), pp. 71-85. DOI: 10.15688/jvolsu1.2015.5.6.
7. Goncharskiy A.V., Romanov S.Yu., Seryozhnikov S.Yu. Zadachi volnovoy tomografii s nepolnym diapazonom dannykh [Problems of Limited-Data Wave Tomography]. *Vychislitelnye metody i programmirovaniye: novye vychislitelnye tekhnologii* [Numerical Methods and Programming: new computing technologies], 2014, vol. 15, no. 2, pp. 274-285.
8. Dyakonova T.A., Khoperskov A.V., Khrapov S.S. Kompyuternoe modelirovaniye dinamiki zatopleniya territoriy v sluchae chrezvychaynykh situatsiy s ispolzovaniem tekhnologiiy paralelnykh vychisleniy [Computer Modeling of Dynamics of Flooded Areas in Emergency Situations Using the Technology Parallel Computing]. *Kibernetika i programmirovaniye* [Cybernetics and programming], 2016, no. 3, pp. 17-34.
9. Evstigneev N.M., Zaytsev F.C., Ryabkov O.I. Vysokoskorostnyye paralellye algoritmy resheniya zadach mekhaniki sploshnoy sredy metodom sglazhennykh chastits [High-Speed Parallel Algorithm for Solving Continuum Mechanics Problems by Smoothed Particle Hydrodynamics Method]. *Doklady akademii nauk* [Doklady Mathematics], 2014, vol. 459, no. 3, pp. 280-284. DOI: 10.7868/S0869565214290040.
10. Ilin V.P. Fundamentalnyye voprosy matematicheskogo modelirovaniya [Fundamental Issues of Mathematical Modeling]. *Vestnik Rossiyskoy akademii nauk* [Herald of the Russian Academy of Sciences], 2016, vol. 86, no. 4, pp. 118-286. DOI: 10.1134/S101933161602009X.
11. Kurushin A.A., Plastikov A.N. *Proektirovaniye SVCh ustroystv v srede CST Microwave Studio* [Design of Microwave Devices in the Enviroment CST Microwave Studio]. Moscow,

MEI Publ., 2011. 155 p.

12. Losev A.G., Mazepa E.A., Suleymanova Kh.M. O vzaimosvyazi nekotorykh priznakov RTM-diagnostiki zabolevaniy molochnykh zhelez [On Interrelation of Some Signs of RTM Diagnostics of Mammary Glands Diseases]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1, Matematika. Fizika* [Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics], 2015, no. 4 (29), pp. 35-51.

13. Kopysov S.P., Tonkov L.E., Chernova A.A., Sarmakeeva A.S. Modelirovanie vzaimodeystviya s pregradoy potoka neszhimaemoy zhidkosti metodami VOF i SPH [Modeling of the Incompressible Liquid Flow Interaction with Barriers Using VOF and SPH Methods]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Kompyuternye nauki*, 2015, vol. 25, no. 3, pp. 405-420.

14. Nikitin A.A., Serdyukov A.C., Duchkov A.A. Parallelnyy algoritm resheniya uravneniya Eykonal dlya trekhmernykh zadach seysmorazvedki [Parallel Algorithm of Three-Dimensional Eikonal Solver for Seismic Applications]. *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Informatsionnye tekhnologii*, 2015, vol. 13, no. 3, pp. 19-28.

15. Losev A.G., Khoperskov A.V., Astakhov A.S., Suleymanova Kh.M. Problemy izmereniya i modelirovaniya teplovykh i radiatsionnykh poley v biotkanyakh: analiz dannykh mikrovolnovoy termometrii [Problems of Measurement and Modeling of Thermal and Radiation Fields in Biological Tissues: Analysis of Microwave Thermometry Data]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1, Matematika. Fizika* [Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics], 2015, no. 6 (31), pp. 98-142.

16. Burdina L.M., Khaylenko V.A., Kizhaev E.V., Legkov A.A., Pinkhosevich E.G., Mustafin Ch.K., Vaysblat A.V., Vesnin S.G., Tikhomirova N.N. *Primenenie radiotermometra diagnosticheskogo kompyuterizirovannogo integralnoy glubinnoy temperatury tkani dlya diagnostiki raka molochnoy zhelezy* [The Use of Computerized Diagnostic Radiometer Integrated Deep Tissue Temperature for the Diagnosis of Breast Cancer Glands]. Moscow, RMAPO Publ., 1999. 35 p.

17. Burdina L.M., Vaysblat A.V., Vesnin S.G., Konkin M.A., Lashchenkov A.V., Naumkina N.G., Tikhomirova N.N. *Primenenie radiotermometra dlya diagnostiki raka molochnoy zhelezy* [Application of Microwave Radiometry for the Diagnosis of Breast Cancer]. *Mammologiya*, 1998, no. 2, pp. 3-12.

18. Kostopoulos S.A., Savva A.D., Asvestas P.A., Nikolopoulos C.D., Capsalis C.N., Cavouras D.A. Early Breast Cancer Detection Method Based on a Simulation Study of Single-Channel Passive Microwave Radiometry Imaging. *Journal of Physics: Conference Series*, 2015, vol. 633, article ID: 012120. DOI: 10.1088/1742-6596/633/1/012120.

19. El-Shenawee M. Numerical Assessment of Multifrequency Microwave Radiometry for Sensing Malignant Breast Cancer Tumors. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, no. 36 (5), pp. 394-398.

20. Afyf A., Bellarbi L., Riouch F., Errachid A., Sennouni M.A. Flexible Antenna Array for Early Breast Cancer Detection Using Radiometric Technique. *International journal of biology and biomedical engineering*, 2016, vol. 10, pp. 10-17.

21. Rodrigues D.B. Numerical 3D Modeling of Heat Transfer in Human Tissues for Microwave Radiometry Monitoring of Brown Fat Metabolism. *Progress in Biomedical Optics and Imaging – Proceedings of SPIE*, 2013, DOI: 10.1117/12.2004931.

22. Wieland T. A Discretization Method for the Solution of Maxwell's Equations for Six-Component Fields. *Electronics and Communications AEEU*, 1977, vol. 31, no. 3, pp. 116-120.

23. Yee K.S. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media. *IEEE Transactions Antennas Propagation*, 1966, vol. 14, no. 4, pp. 302-307.

**MATHEMATICAL MODELING OF RADIATION FIELDS  
IN BIOLOGICAL TISSUES: THE DEFINITION  
OF THE BRIGHTNESS TEMPERATURE FOR THE DIAGNOSIS**

**Maxim Valentinovich Polyakov**

Student,  
Department of Information Systems and Computer Modelling,  
Volgograd State University  
maxim.v.polyakov@gmail.com, infomod@volsu.ru  
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

**Alexander Valentinovich Khoperskov**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,  
Department of Information Systems and Computer Modelling,  
Volgograd State University  
khoperskov@volsu.ru  
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

**Abstract.** The article contains the results of modeling of temperature fields and radiation fields in biological tissues. Experiments aimed at improving the efficiency of medical diagnosis of cancer.

Diagnosis is made by microwave radiometry. The antenna is located at various points in the measurement. Joint integration of unsteady heat transfer equations and the Maxwell equation is the basis of the model. Our computer models take into account a realistic geometric structure of the breast. The mammary gland consists of lobules, outlet streams, adipose tissue blood flow. Each biological tissue is characterized by different values of the physical parameters. The temperature is calculated in the time of adaptation modeling object to the external environment. The time for establishing a quasi-stationary temperature field is equal to 30 minutes. Time depends weakly on the internal structure of healthy tissue.

This work aims to study the features of the dynamics of the temperature inside the breast on the basis of computational experiments simulating the temperature measurement process during medical diagnosis.

The temperature distribution in the biological tissue is formed by complex heat transfer processes in a highly inhomogeneous medium in the presence of heat sources associated with blood flow as a result of heat generation of physiological processes. The presence of malignant tumors leads to a substantial transfer of heat within the tissue restructuring.

The basis of microwave radiometry method is the measurement of the so-called brightness temperature using a special antenna that detects the electric field distribution in biological tissues. And the resulting temperature is the result of a certain averaging temperature in a certain volume. In this paper, the results of calculations of temperature are discussed for the different volume values.

**Key words:** numerical modeling, biological tissues, heat transfer, electro-magnetic field, brightness temperature, mammary glands, diagnostics, oncology.