

DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2019.4.5 УДК 519.6, 53.097 Д ББК 22.3

Дата поступления статьи: 08.03.2019 Дата принятия статьи: 06.10.2019

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПРИРОДНЫЕ АЭРОЗОЛИ

# Ирина Валерьевна Кривенко

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики, Тверской государственный технический университет krivenko-irina@mail.ru наб. Аф. Никитина, 22, 170026 г. Тверь, Российская Федерация

# Марина Анатольевна Смирнова

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики, Тверской государственный технический университет mar-smir@yandex.ru наб. Аф. Никитина, 22, 170026 г. Тверь, Российская Федерация

Аннотация. Предметом исследования являются дисперсные системы, поглощающие падающее электромагнитное излучение, инициирующее в них процесс теплопереноса. Рассмотрены системы, состоящие из двух взаимодействующих сфер и двух параллельных цилиндров (сближение двух частиц, взвешенных, например, в воздухе, более вероятно, чем сближение N частиц (N > 2)). На основе теории Ми получены аналитические решения для компонент вектора напряженности электрического поля внутри дисперсных частиц, которые были использованы для расчетов распределения мощности тепловых источников по их сечениям. Кроме того, рассмотрена неоднородная по составу сферическая частица. Для этого случая расчеты произведены методом конечных элементов.

**Ключевые слова:** дисперсные системы, неоднородная по составу частица, загрязнение атмосферы, компьютерное моделирование, электромагнитное излучение, теплоперенос, аналитические решения, метод конечных элементов.

# Введение

Аэрозольное загрязнение атмосферы — глобальная экологическая проблема, которая становится все острее из-за роста совокупного промышленного потенциала человечества. Аэрозольные частицы могут долгое время находиться в атмосфере во взвешенном состоянии благодаря малым размерам. Из-за этого же суммарная граница раздела частиц и атмосферы огромна. Поэтому все физико-химические процессы, происходящие на этой границе, оказывают существенное влияние на окружающую среду.

Исследования в области физики атмосферных аэрозолей направлены на решение важнейших прикладных задач [5], таких как:

- борьба с загрязнением атмосферы и охрана воздушного бассейна;
- предотвращение опасных природных явлений;
- рассеяние облаков и туманов для обеспечения безопасности полетов;
- инициирование локальных изменений климата путем воздействия на облака;
- влияние на суммарную границу раздела аэрозольных частиц и воздуха.

В последнее время все большую актуальность приобретают научные исследования, касающиеся управления процессами в аэрозольных системах с различными физикохимическими свойствами.

Важным аспектом в проблеме воздействий является управление процессом. Помимо умения вызывать желаемые изменения окружающей среды в результате воздействия на нее, необходимо сохранять способность контролировать или предотвращать нежелательные изменения.

Аэрозоли, находящиеся в атмосфере, могут быть как естественного, так и искусственного происхождения. В частности, например, в результате производственной деятельности человека могут образовываться аэрозоли, содержащие примеси, оказывающие вредное влияние как на человека так и на окружающую среду.

Современное состояние знаний о влиянии аэрозолей различного происхождения на климатические процессы изложено в книге [6]. Автор отмечает тот факт, что аэрозоли — это не только рассеивающий, но и поглощающий элемент атмосферы. В [8] также отмечается важная роль атмосферного аэрозоля как экологического и климатообразующего фактора. Здесь же подчеркивается, что распространение аэрозолей от источников загрязнений существенно влияет на здоровье человека; особая роль здесь у вторичных наноаэрозолей, легко проникающих в организм. Большое количество работ посвящено важным темам образования, роста аэрозолей и состава аэрозольных частиц. В работе [13] предложена статистическая микрофизическая модель аэрозолей приземного слоя, на основе которой проведены расчеты вариационных коэффициентов оптических аэрозольных характеристик по микрофизическим параметрам. Работа [9] посвящена системам атмосферных аэрозолей с учетом зависимости формы частиц от условий их роста (температуры и влажности). В статье [19] особое внимание уделено последним достижениям в теории образования аэрозольных частиц и их дальнейшего роста. В работе [2] рассмотрены эмпирические модели и оптические характеристики аэрозольных ансамблей двуслойных частиц.

Ранее нами по этой проблематике исследовано воздействие электромагнитного излучения на системы дисперсных частиц, взвешенных в атмосфере с учетом поглощения ими электромагнитного излучения (см. [4; 7; 10; 12; 20; 22]).

65 E

На основе изучения данных о реальных аэрозольных системах мы используем модели дисперсных частиц — сфера и цилиндр — как предельные случаи их форм. В своих работах мы развиваем подходы к решению проблемы взаимодействия электромагнитных волн с поглощающими излучение аэрозольными частицами со следующими характеристиками:

- система двух однородных сфер (например, в работах [7; 10; 12]);
- одиночные сферические частицы с неоднородными включениями [10];
- ансамбли сфер (однородные частицы как одинаковые, так различного размера, неоднородные частицы как одинаковые, так различного размера) [10];
- системы параллельных цилиндрических частиц (однородных и неоднородных по составу (с коаксиальными и не коаксиальными включениями)) [3; 20].

Если рассматриваются аэрозоли, представляющие собой капли (воды, как правило) в воздухе, то форма капель — сферическая (при определенном воздействии некоторых факторов — взаимодействия капель, электромагнитного излучения — капли становятся сфероидальными). Задача взаимодействия электромагнитного излучения с двумя сферическими каплями, даже при условии их взаимодействия, может быть решена аналитически.

Для аэрозольных частиц вытянутой формы (цилиндров) при определенных условиях тоже могут быть получены аналитические решения.

Из результатов изучения формирования реальных природных аэрозолей следует, что в твердой фазе возникают полидисперсные частицы с неоднородной структурой. В этой связи модель аэродисперсной системы включает в себя различные по размеру, форме и составу частицы. Аналитическое решение систем уравнений переноса (Максвелла (если аэрозоль находится в электромагнитном поле), теплопереноса, Навье — Стокса) оказывается чрезвычайно громоздким, и в общем случае расчеты необходимо проводить численно. К тому же задача, как правило, нелинейна.

В настоящей работе мы использовали численные результаты расчета тепловых источников внутри поглощающих частиц с учетом влияния соседней частицы, полученные на основе теории Ми (см. п. 1), а также решения уравнения Лапласа в длинноволновом приближении (п. 2) для расчета температуры в неоднородной дисперсной сферической частице с неконцентрическим включением (п. 3). Для расчета источников по аналитическим формулам были использованы характеристики реальных дисперсных систем и характеристики инициирующего излучения. Использование этих результатов в проведенных вычислительных экспериментах методом конечных элементов является новым.

# 1. Аналитические решения для систем двух сферических частиц, взаимодействующих в поле электромагнитного излучения

Нами были рассмотрены две сферические частицы, находящиеся в поле плоской монохроматической электромагнитной волны (рис. 1). С частицами связаны три системы правовинтовых декартовых координат:

- 1)  $O_1 x_1 y_1 z$ , ось z которой направлена вдоль линии, соединяющей центры частиц;
- 2)  $O_2 x_2 y_2 z$ , где оси  $x_1$  и  $x_2$ ,  $y_1$  и  $y_2$  параллельны друг другу;
- 66 И.В. Кривенко, М.А. Смирнова. Моделирование воздействия электромагнитного излучения

3) О<sub>1</sub> x' y' z', у которой ось z' направлена параллельно волновому вектору k плоской монохроматической электромагнитной волны, ось x' — вектору напряженности электрического поля E, а ось y' — вектору напряженности магнитного поля H.

Вектор  $\vec{k}$  образует угол  $\theta$  с положительным направлением оси z. Направление оси  $x_1$  выбирается таким образом, чтобы вектор  $\vec{k}$  лежал в плоскости  $x_1O_1z$ . Плоскости  $x_1O_1z$  и  $x'O_1y'$  пересекаются по прямой L'. Декартовым системам координат ставятся в соответствие сферические координаты  $r_1\theta_1\varphi$ ,  $r_2\theta_2\varphi$ ,  $r'\theta'\varphi'$ . L — линия пересечения плоскостей  $x_1O_1y_1$  и  $x'O_1y'$ . Электрический вектор  $\vec{E}$  образует угол  $\beta$  с плоскостью  $\varphi = 0$ .



Рис. 1. Две сферические частицы в поле плоской монохроматической электромагнитной волны

Распределение электромагнитного поля вне и внутри сфер описывается системой уравнений Максвелла, из которых следует:

$$\Delta \vec{E} + k^{(j)2} \vec{E} = 0, \qquad \Delta \vec{H} + k^{(j)2} \vec{H} = 0, \tag{1}$$

где  $k^{(j)}$  — волновое число в среде j (j = 0 — во внешней среде, j = 1 — внутри первой частицы, j = 2 — внутри второй частицы). Для каждой среды  $k^2 = -k_1k_2$ ;  $k_1 = \frac{i\omega}{c}\varepsilon + i\frac{4\pi\sigma}{\omega}$ ;  $k_2 = \frac{i\omega}{c}$ . Здесь  $\omega$  — циклическая частота,  $\sigma$  — удельная проводимость среды; c — скорость света в вакууме.

Согласно принципу суперпозиции

$$\vec{E_j} = \vec{E} + \vec{E_k^s}, \qquad \vec{H_j} = \vec{H} + \vec{H_k^s},$$
(2)

где  $\vec{E_j}$ ,  $\vec{H_j}$  — внешние по отношению к j-й частице векторы поля,  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  — электрический и магнитный векторы плоской монохроматической электромагнитной волны,  $\vec{E_k^s}$ ,  $\vec{H_k^s}$  — векторы электромагнитной волны, рассеянной на соседней частице. Зависимости векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  от времени выделяются в виде множителя  $e^{-i\omega t}$ , их амплитуды в падающей волне нормируются на единицу. Граничные условия представляют собой равенство тангенциальных составляющих векторов поля вне и внутри частицы.

Согласно теории Ми [1], разработанной для описания взаимодействия электромагнитного поля с одиночной поглощающей сферической частицей, можно представить компоненты векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  через скалярные функции — электрический U и магнитный V потенциалы Дебая, связанные с проекциями векторов поля. Такой подход для

решения задач электродинамики с двумя и более частицами использовался в работах [3; 5; 16]. Мы также формулируем задачу (1) через скалярные потенциалы Дебая. Таким образом, на основе теории Ми и теории представления групп [7; 12; 14; 15], которая использовалась при записи выражений потенциалов Дебая при переходе из одной системы координат в другую, для систем двух сферических дисперсных частиц в поле плоской монохроматической электромагнитной волны найдены аналитические решения, представляющие собой зависимости напряженностей электромагнитного поля от координат вне и внутри частиц.

Полученные выражения для компонент векторов напряженности электромагнитного поля используются нами далее для расчета плотности тепловых источников, возникающих внутри дисперсной частицы при поглощении ею внешнего электромагнитного поля падающей плоской электромагнитной волны и поля, рассеянного на соседней частице. Тепловой источник формально представляет собой мощность, выделяющуюся в виде тепла в единице объема.

Как известно (см., например, [14; 15]),

$$q = \frac{4\pi \cdot n_{rj} \cdot n_{ij} \cdot |\vec{E}|^2 \cdot I}{n_m \cdot \lambda},\tag{3}$$

где  $n_{rj}$  и  $n_{ij}$  — показатель преломления и коэффициент поглощения вещества j-й частицы соответственно;  $|\vec{E}|^2$  — квадрат амплитуды электрического вектора; I — интенсивность падающего излучения;  $n_m$  — показатель преломления вещества среды;  $\lambda$  — длина волны падающего излучения; j = 1, 2.

Были проведены **вычислительные** эксперименты, целью которых являлся анализ распределения поглощаемой мощности по объему одной из частиц (с учетом влияния соседней) в зависимости от характерных размеров частиц и расстояний между ними, их состава, оптических свойств частиц и окружающей среды.

В качестве примера таких вычислительных экспериментов приведем здесь расчет для системы двух идентичных сферических углеродных частиц радиусами 0,06 мкм, находящихся в поле электромагнитного излучения с длиной волны 0,63 мкм (соответствует гелий-неоновому лазеру). Комплексный показатель преломления углерода 1,96 + 0,82*i* (для данной частоты). На рисунке 2 представлены распределения  $|\vec{E}|^2$ , которые пропорциональны мощности источников тепла, по сечению  $\theta_1 = 90^\circ$  при следующих значениях параметров системы:  $\theta = 90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ , d = 5 (d – отношение расстояния между центрами частиц к сумме их радиусов).

Расчеты выявили характерные «зубцы» при значениях  $r_1$ , приближающихся к  $R_1$  (вблизи поверхности частицы). С уменьшением  $r_1$  «зубцы» сглаживаются — распределение уже слабо зависит от  $\phi$ , становится равномерным.

На рисунке 3 представлены распределения  $|\vec{E}|^2$  по сечению, соответствующему  $\theta_1 = 90^\circ$ ,  $r_1 = 0, 9R_1$  первой частицы радиусом 0,06 мкм при различных углах  $\varphi$ . Значения углов  $\theta = 90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ . Радиус второй частицы  $R_2$  варьировался. На рисунке представлены расчеты для случаев, когда  $R_2$  равен 0,06 мкм (кривая 1) и 0,1 мкм (кривая 2). Расстояния между центрами частиц в обоих случаях равны 3,6 мкм.

Если радиус первой углеродной частицы меньше 0,03 мкм, то расчеты вообще не выявляют «зубцов». Для частиц водного аэрозоля под воздействием излучения с длиной волны 10,6 мкм «зубцы» на соответствующих диаграммах получаются, если радиус первой частицы превышает 2 мкм.







Рис. 3. Зависимость  $|\vec{E}|^2$  от угла  $\varphi$  внутри углеродной частицы ( $\theta_1 = 90^\circ$ ) для  $r_1 = 0, 9R_1$  при различных радиусах второй частицы

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что в зависимости от направления волнового вектора падающего электромагнитного излучения относительно линии, соединяющей центры сфер, физико-химических свойств и размеров частиц:

- влияние второй частицы на распределение поглощенной энергии внутри первой частицы может быть значительным и при «больших» (*R*/(*R*1+*R*2) >> 1) расстояниях между частицами;
- 2) распределения плотности поглощенной энергии по сечению частицы могут быть различной формы: круги, «восьмерки», «фигуры с зубцами».

«Зубцы» появляются на рассчитанных распределениях тогда, когда размер частицы превышает некоторое «критическое» значение, которое зависит от состава частиц и расстояния между ними. Также при расчетах, проведенных нами для различных аэродисперсных систем, было получено, что при углах  $\theta = 90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$  величина  $|\vec{E}|^2$ , а следовательно, и плотность источников тепла зависит только от радиальной координаты r соответствующей сферической системы координат, связанной с центром конкретной частицы. То есть в тонком концентрическом шаровом слое распределение тепловых источников является однородным.

Задавая значения интенсивности лазерного излучения и параметры системы частиц, мы получили характерные значения плотности источников тепла, которые использовали в дальнейших модельных расчетах. Так, например, были проведены расчеты средних значений плотностей источников тепла в системе из двух сферических капель воды радиуса 1 мкм, расстояние между центрами которых 20 мкм. Частицы находятся в воздухе. Длина волны инициирующего теплоперенос лазерного излучения 10,6 мкм. Программа рассчитывает значения  $Q_i^* = \bar{Q_j}/I$  при различных значениях шагов. При

углах  $\theta = 90^{\circ}$ ,  $\beta = 0^{\circ}$  (вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  падающего излучения направлен вдоль линии, соединяющей центры сфер, волновой вектор  $\vec{k}$  перпендикулярен этой линии) получен результат  $Q_i^* \cdot 10^{-4} = 8,684 \text{m}^{-1}$ .

# 2. Аналитические решения для систем двух цилиндрических частиц, взаимодействующих в поле электромагнитного излучения

Другой распространенной геометрической моделью дисперсных частиц является цилиндр. Форма, которая может быть приближенно представлена цилиндрической, достаточно часто встречается среди ледяных кристаллов (обобщенная диаграмма зависимости формы ледяных кристаллов от условий их роста — температуры ( $C^{\circ}$ ) и влажности (по Магоно и Ли [21])).

Кристаллы игольчатых форм характеризуются диаметром и длиной. Обычно диаметр игл составляет десятки микрометров, а их длина может доходить до 2–3 мм. Характерное отношение диаметра игл к их длине d/L составляет 0,04–0,2. Соответственно при длине 10 мкм и характерном отношении, равном 0,04, игла будет иметь диаметр 0,4 мкм. Когда кристаллы малы, так что Re < 1, влияние воздушной среды на их ориентацию мало и, видимо, можно считать ориентацию таких кристаллов хаотической. По мере укрупнения кристаллов и увеличения Re кристаллы однородной плотности, падающие в спокойном воздухе, ориентируются так, чтобы сопротивление среды их падению было максимально, а скорость падения, следовательно, минимальна. Это означает, что игольчатые кристаллы ориентируются преимущественно горизонтально. Частицы взаимодействуют друг с другом даже на расстояниях, в десятки раз превышающих их размеры.

В связи с этим нами рассмотрено взаимодействие плоской монохроматической электромагнитной волны и системы двух бесконечных однородных и неоднородных поглощающих параллельных цилиндрических частиц одинаковых радиусов  $R_0$ .

Цель исследования — оценка мощности тепловых источников — аналогична цели предыдущего исследования со сферическими частицами. Также постановка задачи аналогична (1). Метод решения выбран иной — при условии, что длина волны падающего излучения значительно превышает размеры частиц, можно найти более компактное решение в бицилиндрической системе координат.

Для скалярного электрического потенциала из уравнений Максвелла в области с нулевой плотностью свободных зарядов следует однородное волновое уравнение [8]:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0.$$
(4)

Рассмотрим случай, когда радиусы цилиндров много меньше, чем длина волны падающего излучения ( $R_0 \ll \lambda$ ). Известно, что в этом случае, который соответствует так называемому длинноволновому приближению, для потенциалов электрического поля вне и внутри частиц можно записать уравнение Лапласа

$$\Delta \Phi = 0. \tag{5}$$

В системе двух цилиндров удобно решать уравнение Лапласа в бицилиндрической системе координат методом разделения переменных. Решая уравнение Лапласа в бицилиндрической системе координат, можно найти величину напряженности электрического поля в любой точке внутри цилиндра.

71

В бицилиндрической системе координат лапласиан Ф имеет вид:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{a^2} (\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)^2 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2},\tag{6}$$

где *a* — полярное расстояние;  $\sigma$ ,  $\tau$ , *z* — бицилиндрические координаты.

Найдены решения (6) и на их основе получены формулы, определяющие распределения  $|\vec{E}|^2$  по сечению частиц. В бицилиндрической системе координат это выражение имеет вид

$$\begin{aligned} |\vec{E}|^2 &= \left( -\frac{1}{\sqrt{g_{\tau\tau}}} \sum_{n=1}^{\infty} n(W_n + iV_n) e^{-n\tau} \sin(n\sigma) \right) \left( -\frac{1}{\sqrt{g_{\tau\tau}}} \sum_{n=1}^{\infty} n(W_n - iV_n) e^{-n\tau} \sin(n\sigma) \right) + \\ &+ \left( -\frac{1}{\sqrt{g_{\sigma\sigma}}} \sum_{n=1}^{\infty} n(W_n + iV_n) e^{-n\tau} \cos(n\sigma) \right) \left( -\frac{1}{\sqrt{g_{\sigma\sigma}}} \sum_{n=1}^{\infty} n(W_n - iV_n) e^{-n\tau} \cos(n\sigma) \right), \end{aligned}$$

где

$$W_{n} = \frac{-2E_{0} \left( \operatorname{cth}(n\tau_{1}) + 1 \right) \left( \left( 1 + \varepsilon_{2}^{\prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1}) \right) \right)}{\left( \left( 1 + \varepsilon_{2}^{\prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1}) \right)^{2} + \left( \varepsilon_{2}^{\prime \prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1}) \right)^{2} \right)},$$
  

$$V_{n} = \frac{-2E_{0} \left( \operatorname{cth}(n\tau_{1}) + 1 \right) \varepsilon_{2}^{\prime \prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1})}{\left( 1 + \varepsilon_{2}^{\prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1}) \right)^{2} + \left( \varepsilon_{2}^{\prime \prime} \operatorname{cth}(n\tau_{1}) \right)^{2}},$$
  

$$g_{\tau\tau} = g_{\sigma\sigma} = \frac{a^{2}}{\left( \operatorname{ch} \tau - \cos \sigma \right)^{2}}.$$

На рисунке 4 построены графики распределения отношения  $|\vec{E}|^2|/|\vec{E_0}|^2$  по сечению выбранного (первого) цилиндра радиуса 1 мкм в зависимости от угла  $\varphi$  (в градусах), где  $\vec{E_0}$  — световой вектор падающего излучения. Здесь  $\varphi$  — угол в полярной системе координат, связанной с центром первого цилиндра. Радиус окружности выбранного сечения цилиндра составляет 0,  $9R_0 = 0, 9$  мкм. Расстояния между центрами цилиндров составляли 2,2; 4; 8 и 16 мкм, что соответствует кривым 1, 2, 3, 4 рисунка. График «вытянут» в сторону второго цилиндра, поскольку ближайшая ко второму цилиндру точка сечения первого соответствует значению  $\varphi = 180^\circ$ . Пик тем заметнее, чем меньше расстояние между цилиндрами.

При расчетах использовались следующие значения:  $\lambda = 0, 2$  см;  $\varepsilon_1 = 1$  (окружающая цилиндры среда — воздух);  $n_2 = 1,78$ ;  $m_2 = 0,0024$ ;  $\varepsilon_2 = (n_2 + m_2 \cdot i)^{1/2}$  (приведенные значения соответствуют льду при данной длине волны и температуре 0° C). Известно, что  $\varepsilon = \sqrt{n}$ . В таком случае для льда  $\varepsilon_2 = 1,33 - 0,0009i$ , следовательно, допустимо пренебречь величиной  $\varepsilon_2''$ .

# 3. Моделирование теплопереноса в неоднородной дисперсной сферической частице с неконцентрическим включением

Проведен расчет температуры в одиночной сферической частице с включением произвольной формы. Рассмотренная частица находилась в континуальном пространстве, размеры которого могли варьироваться. Ограниченность размеров среды позволила рассмотреть случай, когда внешний размер объекта «частица — окружающая среда» существенен. Это, например, задача теплопереноса в твердых телах с дефектами.



Рис. 4. График распределения  $\vec{E}|^2/|\vec{E_0}|^2$  по сечению цилиндра ( $R_x=0,9$  мкм) Таким образом, рассматривалась следующая задача

$$C \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \left( \chi \vec{\nabla} T \right) + q_0(T) \tag{7}$$

с граничными условиями четвертого рода на границе частицы

$$\begin{cases} -\chi_2 \frac{\partial T_2}{\partial \vec{n}} = -\chi_1 \frac{\partial T_1}{\partial \vec{n}}, \\ T_2 = T_1 \end{cases}$$
(8)

и третьего рода на внешней границе

$$\chi_2 \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \vec{n}} + \alpha \tilde{T} = q_s, \tag{9}$$

где  $\tilde{T} = T - T_{\infty}$  — избыточная температура;  $q_0$  — тепловой источник внутри частицы;  $q_s$  — тепловой источник на границе;  $\rho$  — плотность вещества частицы; C — теплоемкость вещества частицы,  $\chi_i$  — коэффициент теплопроводности, i = 1, 2, причем 1 — частица, 2 — среда;  $T_i$  — температура;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена на границе;  $\vec{n}$  — нормаль к поверхности.

Отметим, что величины  $q_0$  рассчитывались по формуле (3). Значения  $|\vec{E}|^2$  были оценены ранее в п. 1. Расчеты проводились для различных веществ, присутствующих в реальных природных аэрозолях. Например, при расчетах средней (по объему) плотности источников тепла для водного аэрозоля было получено:  $q_0 = 8700 \cdot I$  ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ ),  $q_0 = 5700 \cdot I$  ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ), $q_0 = 6300 \cdot I$  ( $\theta = 45^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ). I — интенсивность лазерного излучения. Значения комплексных показателей преломления вещества частиц (воды) 1, 173 +  $i \cdot 0, 0823$ ,  $\lambda = 10, 6$  мкм. Показатель преломления среды  $n_e = 1$ .

Были проведены модельные расчеты для системы «сфера — треугольное включение» методом конечных элементов. Метод конечных элементов (МКЭ) основан на численном решении вариационной задачи и определении температурного поля путем приближенного решения соответствующей вариационной задачи. Первый этап численного решения задачи методом конечных элементов заключается в выборе вида элементов и способов расположения в них узловых точек, а также в разбиении области на элементы и размещении узлов. При решении двумерных задач применяют элементы различной формы: треугольные, четырехугольные, элементы с криволинейными границами, с узловыми точками, расположенными по границам элементов. В случае трехмерных задач элементы могут быть выбраны в виде тетраэдров, косоугольных параллелепипедов,

призм с треугольным основанием. В нашей задаче область триангулировалась (разбивалась на треугольные элементы), так как рассматриваемая задача соответствует условиям теоремы Лыкова-Нигматулина [11], что позволяет проводить расчеты для плоского случая. Расчетные примеры триангуляции областей, содержащих сферическую частицу, включение и окружающую ее область для двумерного случая с выбором узловых точек (расчетные схемы задач), приведены на рисунках 5, 6.



Рис. 5. Расчетная схема задачи 1

Рис. 6. Расчетная схема задачи 2

**73** 

Были созданы частные подпрограммы, реализующие заполнение массивов координат узлов и индексной матрицы на основе данных о размерах области и шагах по осям. Область покрывалась прямоугольной сеткой, а затем строились треугольники путем разбиения элементарных прямоугольников диагоналями. В настоящей работе использовался следующий способ разбиения области треугольной сеткой, обусловленный тем, что область является многосвязной: сначала строился многоугольник, вписанный во внешнюю границу частицы, затем выбиралась произвольная точка и соединялась с вершинами построенного ранее многоугольника. Отметим, что полученные таким образом треугольники не должны быть слишком «вытянутой» формы, так как в расчетах используется значение их площадей и такая форма может привести к накоплению машинной ошибки. На основе триангуляции области формируется индексная матрица. Далее производится формирование глобальных матрицы и вектора-столбца системы алгебраических уравнений, реализуемое на основе расчета локальных матриц и столбцов и решается система разностных уравнений. Завершающим этапом является расчет температур и тепловых потоков в различных точках элементов разбиения, проводимый на основе принятой аппроксимации температурного поля в элементе. Подробнее применение МКЭ для решения тепловой задачи изложено в [10].

Отметим, что разработанная нами программа позволяет проводить расчеты для частиц произвольной формы. При проведении вычислительных экспериментов варьировались тепловые источники, расположение включения, коэффициенты теплопроводности, размеры внешней области. Рассматривалась следующая модельная система: диск с включением в виде призмы, находящийся в окружающей среде, геометрические размеры которой сравнимы с диаметром диска. Предполагалось, что теплоперенос происходит вследствие имеющегося теплового источника. При этом исходная математическая формулировка была видоизменена таким образом, что решение уравнения Пуассона находилось в одной многосвязной области с граничными условиями третьего рода на внешней границе. Задача решалась для дисков радиусами 15 и 30 мкм, тепловой источник варьировался в пределах  $10^8 - 10^{12}$  Вт/м<sup>3</sup> (с учетом фактора поглощения), характерный размер включения был порядка радиуса частицы, а сторона ячейки, в которую помещался диск, составляла 3–4 его радиуса.

На рисунках 7 и 8 представлена характерная картина для распределения температуры, полученная для системы и разбиений, изображенных на рисунках 5 и 6 соответственно. По вертикальной оси откладывается избыточная температура (разность температуры в данном узле разбиения системы и окружающей среды бесконечной теплоемкости), а по горизонтальной — номера узлов, соответствующих рассматриваемой схеме разбиения. Из полученных результатов и сравнения представленных диаграмм, в частности, следует, что асимметричное расположение включения существенно влияет на поле температур.



Рис. 7. Избыточная температура в узлах для схемы 1



Рис. 8. Избыточная температура в узлах для схемы 2

# Заключение

Полученные нами ранее и в данном исследовании решения для температур в дисперсных аэрозольных системах позволяют найти параметры управления такими системами. Например, можно путем варьирования параметров получить определенную температуру на поверхности частиц. В дальнейшем может быть рассмотрена задача с фазовым переходом, которая приводит к различным результатам. Это может быть как определение заданной скорости парообразования или состава частиц в случае испарения жидкого аэрозоля, так и подход к задаче получения системы частиц определенных размеров в случае твердого аэрозоля, частицы которого начинают плавиться и испаряться под действием внешнего падающего излучения.

Таким образом, исследование процесса теплопереноса в дисперсных системах, различных по составу, конфигурации, размерам и теплофизическим свойствам, методом конечных элементов позволяет установить связь температуры с различными параметрами систем и инициирующего теплоперенос излучения. Основные результаты проведенных ранее модельных вычислительных экспериментов для различных дисперсных систем представлены в работах [10; 20; 22] и показывают, что конфигурация системы, геометрические размеры, состав, тип граничных условий, вид зависимости теплового источника от температуры существенным образом влияют на температуру в системе. Также показано, что при определенных граничных условиях влияние коллективных эффектов изменяет температуру в 1,5 и более раз.

В последнее время активно изучаются процессы переноса в системах, включающих кластеры. Например, это образование кластеров в облаках, коагуляция частиц в дымах, образование структур при релаксации металлического пара. Проводилось интенсивное исследование таких структур методами вычислительной физики [17; 18]. Если на достаточно крупную аэрозольную частицу (размером 10–100 мкм) воздействовать лазерным излучением большой мощности, то, возможно, частица распадется на несколько осколков, среди которых могут быть кластеры.

Предложенный в настоящей работе подход может быть использован и для описания теплопереноса в системах, содержащих кластеры, если внутренняя энергия таких частиц близка к внутренней энергии систем, описываемых уравнениями сплошной среды.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М. : Наука, 1970. – 850 с.

2. Васильев, А. В. Эмпирические модели и оптические характеристики аэрозольных ансамблей двухслойных частиц / А. В. Васильев, Л. С. Ивлев // Оптика атмосферы и океана. — 1997. — Т. 10, № 8. — С. 856-865.

3. Гермогенова, О. А. Рассеяние плоской электромагнитной волны на двух сферах / О. А. Гермогенова // Изв. АН СССР. Сер. Геофизика. — 1963. — № 4. — С. 648–653.

4. Иванников, А. Ф. Теплоперенос в дисперсной системе, находящейся под воздействием лазерного излучения / А. Ф. Иванников, Л. А. Уварова, И. В. Кривенко // Обозрение прикладной и промышленной математики. — 2008. — Т. 15, № 3. — С. 478-480.

5. Иванов, Е. А. Дифракция поля дипольного излучателя на двух сферах / Е. А. Иванов // Журнал вычислит. мат. и мат. физики. — 1967. — Т. 7, № 6. — С. 1285–1297. — DOI: 10.1016/0041-5553(67)90118-8.

6. Ивлев, Л. С. Аэрозоли и глобальное изменение климата / Л. С. Ивлев // Общество. Среда. Развитие. — 2012. — № 4(25). — С. 238–244.

75 =

7. Кривенко, И. В. Тепловое взаимодействие двух поглощающих дисперсных частиц в поле электромагнитного излучения / И. В. Кривенко, Л. А. Уварова // Журнал физической химии. — 2004. — Т. 78, № 5. — С. 894–898.

8. Лушников, А. А. Механизмы образования наноаэрозолей в тропосфере / А. А. Лушников, А. А. Загайнов, Ю. С. Любовцева // Химическая физика. — 2015. — Т. 34, № 10. — С. 51–52. — DOI: 10.7868/S0207401X1510009X.

9. Мазин, И. П. Облака, строение и физика образования / И. П. Мазин, С. М. Шметер. — Л. : Гидрометеоиздат, 1983. — 279 с.

10. Малые поглощающие частицы в электромагнитном поле и теплоперенос в дисперсных системах / Л. А. Уварова, И. В. Кривенко, М. А. Смирнова, А. Ф. Иванников. — М. : Янус-К, 2014. — 192 с.

11. Можаев, А. П. Теоремы теории тепломассообмена в неупорядоченных пористых средах / А. П. Можаев // Тепломассообмен. ММФ-2000. Тепломассобмен в капиллярно-пористых телах. — Минск : АНК ИТМО им. А.В. Лыкова НАНБ, 2000. — Т. 8. — С. 9–13.

12. Особенности распространения электромагнитного излучения и инициированного им теплопереноса в системе аэрозольные частицы-окружающая среда / Н. И. Гамаюнов, И. В. Кривенко, Л. А. Уварова, Ю. З. Бондарев // Журнал физической химии. — 1997. — Т. 71, № 12. — С. 2270–2274.

13. Оценка точности контрольных измерений в задачах оптической диагностики микрофизических параметров аэрозоля / А. В. Васильев, Л. С. Ивлев, М. М. Кугейко, С. А. Лысенко, Н. Ю. Терехин // Оптика атмосферы и океана. — 2009. — Т. 22, № 9. — С. 873–881.

14. Пришивалко, А. П. О распределении энергии в однородных поглощающих частицах, освещаемых параллельным пучком света / А. П. Пришивалко, Л. Г. Астафьева // ЖПС. – 1972. – Т. 16, № 2. – С. 344–350.

15. Пришивалко, А. П. Оптические и тепловые поля внутри светорассеивающих частиц / А. П. Пришивалко. — Минск : Наука и техника, 1983. — 190 с.

16. Розенберг, В. И. Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами / В. И. Розенберг. — Л. : Гидрометиздат, 1972. — 420 с.

17. Смирнов, Б. Н. Процессы в плазме и газах с участием кластеров / Б. Н. Смирнов // Успехи физических наук. — 1997. — Т. 167, № 11. — С. 1169–1200. — DOI: 10.3367/UFNr.0167.199711b.1169.

18. Смирнов, Б. Н. Фрактальные кластеры / Б. Н. Смирнов // Успехи физических наук. — 1986. — Т. 149, № 2. — С. 177–219. — DOI: 10.3367/UFNr.0149.198606a.0177.

19. Физико-химические процессы образования атмосферных аэрозолей / А. А. Лушников, А. А. Загайнов, И. Е. Аграновский, Ю. С. Любовцева // Журнал физической химии. — 2008. — Т. 82, № 10. — С. 1950–1958.

20. Electromagnetic Waves Propagation and Heat Transfer in the Aerosol Containing Spherical and Cylindrical Particles Systems Modeling. / L. A. Uvarova, I. V. Krivenko, A. F. Ivannikov, M. A. Smirnova // Mathematical Models of Non-linear Phenomena, Processes and Systems M.A.: From Molecular Scale to Planetary Atmosphere. — N. Y. : Nova Science Publishers, Inc, 2013. — P. 261–276.

21. Magono, C. Meteorological Classification of Natural Snow Crystals / C. Magono, C. W. Lee // J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Ser. 7 (Geophys.). – 1955. – № 2. – P. 321–335.

22. Modeling of heat transfer in the system of small spherical and cylindrical particles under the action of electromagnetic radiation. / L. A. Uvarova, I. V. Krivenko, M. A. Smirnova, A. F. Ivannikov // Nonlinearity: problems, solutions and applications. - N. Y. : Nova Science Publishers, Inc, 2017. - Vol. 1. - P. 519–541.

# REFERENCES

1. Born M., Volf E. Osnovy optiki [Principles of Optics]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 850 p.

2. Vasilyev A.V., Ivlev L.S. Empiricheskie modeli i opticheskie kharakteristiki aerozolnykh ansambley dvukhsloynykh chastits [Empirical Models and Optical Characteristics of Aerosol Ensembles of Two-Layer Particles]. *Optika atmosfery i okeana* [Atmospheric and Oceanic Optics], 1997, vol. 10, no. 8, pp. 856-865.

3. Germogenova O.A. Rasseyanie ploskoy elektromagnitnoy volny na dvukh sferakh [Scattering of a Plane Electromagnetic Wave on Two Spheres]. *Izv. AN SSSR. Ser. Geofizika* [Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR. Geophysics Series], 1963, no. 4, pp. 648-653.

4. Ivannikov A.F., Uvarova L.A., Krivenko I.V. Teploperenos v dispersnoy sisteme, nakhodyashcheysya pod vozdeystviem lazernogo izlucheniya [Heat Transfer in a Dispersed System under the Influence of Laser Radiation]. *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki*, 2008, vol. 15, no. 3, pp. 478-480.

5. Ivanov E.A. Difraktsiya polya dipolnogo izluchatelya na dvukh sferakh [The Diffraction of the Field of Dipole Radiation by Two Spheres]. *Zhurnal vychislit. mat. i mat. fiziki* [USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1967, vol. 7, no. 6, pp. 1285-1297. DOI: 10.1016/0041-5553(67)90118-8.

6. Ivlev L.S. Aerozoli i globalnoe izmenenie klimata [Aerosols and Global Climate Change]. *Obshchestvo. Sreda. Razvitie*, 2012, no. 4(25), pp. 238-244.

7. Krivenko I.V., Uvarova L.A. Teplovoe vzaimodeystvie dvukh pogloshchayushchikh dispersnykh chastits v pole elektromagnitnogo izlucheniya [Thermal Interaction of Two Absorbing Disperse Particles in an Electromagnetic Radiation Field]. *Zhurnal fizicheskoy khimii* [Russian Journal of Physical Chemistry A], 2004, vol. 78, no. 5, pp. 894-898.

8. Lushnikov A.A., Zagaynov A.A., Lyubovtseva Yu.S. Mekhanizmy obrazovaniya nanoaerozoley v troposfere [Mechanisms of Formation of Nanoaerosols in the Troposphere]. *Khimicheskaya fizika* [Russian Journal of Physical Chemistry B], 2015, vol. 34, no. 10, pp. 51-52. DOI: 10.7868/S0207401X1510009X.

9. Mazin I.P., Shmeter S.M. *Oblaka, stroenie i fizika obrazovaniya* [Clouds, Structure and Physics of Formation]. Leningrad, Gydrometeoizdat, 1983. 279 p.

10. Uvarova L.A., Krivenko I.V., Smirnova M.A., Ivannikov A.F. Malye pogloshchayushchie chastitsy v elektromagnitnom pole i teploperenos v dispersnykh sistemakh [Small Absorbing Particles in the Electromagnetic Field and Heat Transfer in Dispersed Systems]. Moscow, Yanus-K Publ., 2014. 192 p.

11. Mozhaev A.P. Teoremy teorii teplomassoobmena v neuporyadochennykh poristykh sredakh [Theorems of the Theory of Heat and Mass Transfer in Disordered Porous Media]. *Teplomassoobmen. MMF-2000. Teplomassobmen v kapillyarno-poristykh telakh.* Minsk, ANK ITMO im. A.V. Lykova NANB, 2000, vol. 8, pp. 9-13.

12. Gamayunov N.I., Krivenko I.V., Uvarova L.A., Bondarev Yu.Z. Osobennosti rasprostraneniya elektromagnitnogo izlucheniya i initsiirovannogo im teploperenosa v sisteme aerozolnye chastitsy-okruzhayushchaya sreda [Characteristics of Electromagnetic Radiation Propagation and Radiation—induced Heat Transfer in the System Aerosol Particles— environment]. *Zhurnal fizicheskoy khimii* [Russian Journal of Physical Chemistry A], 1997, vol. 71, no. 12, pp. 2270-2274.

13. Vasilyev A.V., Ivlev L.S., Kugeyko M.M., Lysenko S.A., Terekhin N.Yu. Otsenka tochnosti kontrolnykh izmereniy v zadachakh opticheskoy diagnostiki mikrofizicheskikh parametrov aerozolya [The Measurement Accuracy Estimation in the Tasks of Microphysical Aerosol Parameter Diagnostics]. *Optika atmosfery i okeana* [Atmospheric and Oceanic Optics], 2009, vol. 22, no. 9, pp. 873-881.

14. Prishivalko A.P., Astafeva L.G. O raspredelenii energii v odnorodnykh pogloshchayushchikh chastitsakh, osveshchaemykh parallelnym puchkom sveta [On the Distribution of Energy in Homogeneous Absorbing Particles, Illuminated by a Parallel Beam of Light]. *ZhPS* [J. of Applied Spectroscopy], 1972, vol. 16, no. 2, pp. 344-350.

15. Prishivalko A.P. Opticheskie i teplovye polya vnutri svetorasseivayushchikh chastits

77 :

[Optical and Thermal Fields Inside Light-Scattering Particles]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1983. 190 p.

16. Rozenberg V.I. *Rasseyanie i oslablenie elektromagnitnogo izlucheniya atmosfernymi chastitsami* [Scattering and Weakening of Electromagnetic Radiation by Atmospheric Particles]. Leningrad, Gydrometeoizdat, 1972. 420 p.

17. Smirnov B.N. Protsessy v plazme i gazakh s uchastiem klasterov [Plasma and Gas Processes Involving Clusters]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Physics-Uspekhi], 1997, vol. 167, no. 11, pp. 1169-1200. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199711b.1169.

18. Smirnov B.N. Fraktalnye klastery [Fractal Clusters]. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Soviet Physics Uspekhi], 1986, vol. 149, no. 2, pp. 177-219. DOI: 10.3367/UFNr.0149.198606a.0177.

19. Lushnikov A.A., Zagaynov A.A., Agranovskiy I.E., Lyubovtseva Yu.S. Fizikokhimicheskie protsessy obrazovaniya atmosfernykh aerozoley [The Physicochemical Processes of the Formation of Atmospheric Aerosols]. *Zhurnal fizicheskoy khimii* [Russian Journal of Physical Chemistry A], 2008, vol. 82, no. 10, pp. 1950-1958.

20. Uvarova L.A., Krivenko I.V., Ivannikov A.F., Smirnova M.A. Electromagnetic Waves Propagation and Heat Transfer in the Aerosol Containing Spherical and Cylindrical Particles Systems Modeling. *Mathematical Models of Non-linear Phenomena, Processes and Systems M.A.: From Molecular Scale to Planetary Atmosphere.* New York, Nova Science Publishers, Inc, 2013, pp. 261-276.

21. Magono C., Lee C.W. Meteorological Classification of Natural Snow Crystals. J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Ser. 7 (Geophys.), 1955, no. 2, pp. 321-335.

22. Uvarova L.A., Krivenko I.V., Smirnova M.A., Ivannikov A.F. Modeling of heat transfer in the system of small spherical and cylindrical particles under the action of electromagnetic radiation. *Nonlinearity: problems, solutions and applications*. New York, Nova Science Publishers, Inc, 2017, vol. 1, pp. 519-541.

# MODELING THE EFFECTS OF ELECTROMAGNETIC RADIATION ON NATURAL AEROSOLS

### Irina V. Krivenko

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of General Physics, Tver State Technical University krivenko-irina@mail.ru Af. Nikitin Emb., 22, 170026 Tver, Russian Federation

### Marina A. Smirnova

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Informatics and Applied Mathematics, Tver State Technical University mar-smir@yandex.ru Af. Nikitin Emb., 22, 170026 Tver, Russian Federation

**Abstract.** The subject of research is dispersed systems that absorb incident electromagnetic radiation, which initiates the process of heat transfer in them. 1). The article considers systems consisting of two interacting spheres and two parallel cylinders (convergence of two particles suspended, for example, in air, are more likely than convergence of N particles (N > 2). Based on the Mie theory, analytical solutions are obtained for the components of the electric field intensity vector inside the dispersed particles, which were used to calculate the

power distribution of thermal sources over their cross sections. 2) The paper also considers non-uniform composition of a spherical particle. For this case, calculations are made by the finite element method.

**Key words:** dispersed systems, heterogeneous in composition particle, atmospheric pollution, computer simulation, electromagnetic radiation, heat transfer, analytical solutions, finite element method.