www.volsu.ru

© Храпов С.С., Агафонникова Е.О., Кликунова А.Ю., Радченко В.П., Баскаков Е.В., Савин Е.С., Маковеев И.С., Храпов Н.С., 2022

DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2022.3.3

УДК 519.63, 532.5
ББК 26.222

Дата поступления статьи: 28.06.2022
Дата принятия статьи: 30.08.2022

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ДИНАМИКИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД, ВЛЕКОМЫХ И ВЗВЕШЕННЫХ НАНОСОВ: I. ВЛИЯНИЕ ПРОМЫШЛЕННОЙ ДОБЫЧИ ПЕСКА НА БЕЗОПАСНОСТЬ СУДОХОДСТВА В РУСЛЕ р. ВОЛГА [1]

Сергей Сергеевич Храпов

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
khrapov@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0003-2660-2491
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Екатерина Олеговна Агафонникова

Доцент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
agafonnikova@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-2862-4531
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Анна Юрьевна Кликунова

Старший преподаватель кафедры информационных систем
и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
klikunova@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-4055-4601
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Виктор Павлович Радченко
Старший преподаватель кафедры информационных систем
и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
viktor.radchenko@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-3786-3884
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Евгений Владимирович Баскаков
Ассистент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
e.v.baskakov@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0003-2296-3740
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Егор Сергеевич Савин
Ассистент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
e.s.savin@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-7915-121X
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Илья Сергеевич Маковеев
Ассистент кафедры информационных систем и компьютерного моделирования,
Волгоградский государственный университет
i.s.makoveev@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-8037-3514
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Никита Сергеевич Храпов
Учащийся 11 «А» класса,
Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Лицей № 11 Ворошиловского района Волгограда»
nikisheiker@mail.ru
ул. Елецкая, 9Б, 400120 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. Построена математическая модель совместной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов, в которой учитываются нелинейная динамика жидкости, деформация дна и перенос наносов потоком воды. Динамика поверхностных вод описывается уравнениями Сен-Венана с учетом пространственно-неоднородного распределения рельефа местности. Перенос влекомых наносов описывается уравнением Экснера, обобщенным на случай неоднородного распределения параметров подстилающей поверхности. Динамика взвешенных наносов описывается уравнением переноса, включающим конвективный перенос потоком воды и процесс диффузии взвеси

в слое жидкости. Для численного интегрирования уравнений Сен-Венана, Экснера и динамики взвешенных наносов применяется устойчивый и хорошо апробированный CSPH-TVD метод второго порядка точности, параллельный CUDA-алгоритм которого реализован в виде программного комплекса «EcoGIS-Simulation» для высокопроизводительных вычислений на суперкомпьютерах с графическими сопроцессорами (GPUs). Рассмотрены условия разработки карьера нерудных строительных материалов, расположенного в устье воложки Куропатка Волго-Ахтубинской поймы на участке 2549–2550 км р. Волги. Для исследования безопасности судоходства от нижнего бьефа плотины Волжской ГЭС до входа в ВДСК проведено численное гидродинамическое моделирование динамики русловых процессов на этом участке р. Волги. На основе результатов математического моделирования совместной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов в русле р. Волги сделан вывод, что разработка рассматриваемого в работе карьера НСМ не оказывает существенного влияния на безопасность судоходства как по основному судовому ходу «Нижний бьеф плотины Волжской ГЭС — ВДСК», так и по дополнительным — «Волгоградский затон» и «Воложка Куропатка».

Ключевые слова: гидродинамика поверхностных вод, модель мелкой воды, влекомые и взвешенные наносы, численное моделирование, CSPH-TVD метод, параллельные вычисления, CUDA-алгоритм, суперкомпьютеры с GPU.

Введение

Разработка месторождений нерудных строительных материалов (НСМ) в руслах рек может оказывать негативное влияние на безопасность судоходства, изменяя структуру дна и приводя к уменьшению глубины и уровня воды вдоль судоходных путей. Поэтому при проектировании карьеров НСМ обязательным условием является оценка русловых деформаций выше и ниже карьера, включая определение длины и глубины зоны размыва/намыва донного грунта. Одним из возможных вариантов прогноза плановых деформаций русел рек является совмещение планов съемки речного русла, выполненных в разные годы, и экстраполяция полученных значений смещения берегов и контуров морфологических элементов русла на заданный временной интервал. Однако такой подход обладает, во-первых, большой погрешностью, во-вторых, не позволяет количественно оценить влияние, которое будет оказывать будущий процесс разработки карьера на деформацию русла рек. Для более точной количественной оценки влияния карьера на русловые процессы необходимо применять методы математического моделирования для исследования динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов на основе хорошо апробированных и верифицированных экспериментальными данными математических моделей [5; 7; 9; 17; 27–29; 31; 32]. На основе этих моделей разработаны методики по расчету: гидродинамических аварий на промышленных объектах [1], возникающих при прорыве ограждающих дамб; деформаций дна при проектировании и эксплуатации русловых карьеров по добыче нерудных строительных материалов на водных объектах [8]. Данные методики используются, например, как основа экспертной оценки безопасности при проектировании гидротехнических сооружений, определении границ зон затопления и деформаций дна в окрестности промышленных объектов. Как

правило, аналитические формулы, используемые в этих методиках, основаны на решениях упрощенных (линеаризованных и одномерных) уравнений, являющихся некоторыми приближениями исходной нелинейной двумерной модели динамики поверхностных вод и наносов, что, в свою очередь, приводит к увеличению погрешности расчетов, ограничению класса решаемых задач по геометрии водных объектов и структуре течения, а также требует больших временных затрат при выборе параметров моделей и нормировочных коэффициентов. Для исследования русловых процессов в нижних бьефах гидроузлов в технических приложениях применяется более корректная методика [5], основанная на дифференциальных уравнениях динамики поверхностных вод, взвешенных и влекомых наносов.

Вычислительный эксперимент, основанный на численном решении уравнений гидродинамики хорошо апробированными методами и применении параллельных технологий для повышения производительности расчетов [2; 3; 10; 12; 13; 16; 18; 23], в настоящее время является наиболее эффективным инструментом изучения гидродинамических течений в природных и технических системах, дополняющим физический эксперимент и аналитические методы исследования математических моделей.

Целью работы является математическое моделирование русловых процессов на р. Волга от нижнего бьефа плотины Волжской ГЭС до ВДСК и исследование влияния процесса промышленной добычи песка (НСМ) на условия судоходства. Для решения поставленной задачи разработана эффективная методика самосогласованного расчета гидродинамических течений и деформации дна для русел с произвольной геометрией на сложном рельефе местности, основанная на прямом численном интегрировании уравнений нелинейной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов. Описание объекта исследования и исходные данные для математического моделирования приведены в п. 1. В п. 2 описана математическая модель совместной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов, а в п. 3 — численный алгоритм и его параллельная программная реализация. Результаты численного моделирования русловых процессов на исследуемом участке р. Волги и анализ влияния разработки карьера НСМ в окрестности о. Обливной на условия судоходства представлены в п. 4.

1. Описание объекта исследования и исходные данные

Объектом исследования является участок разработки песчано-гравийных пород (ПГП) на приустьевом участке р. Волга в интервале 2 549–2 550 км судового хода (по Атласу ЕГС ЕЧ РФ, том 7). На рисунке 1 показано положение месторождения (карьера НСМ), которое находится в левобережной пойме вне акватории судового хода в окрестности о. Обливной, а также детализированная схема карьера и план его разработки.

В окрестности о. Обливной показаны границы месторождения, высотные отметки и изолинии рельефа дна, а также участок разработки карьера в 2022 году По проекту объем годовой выработки песка на карьере составляет 568 182 м^3, включая 12 % потерь в размере 68 182 м^3.

В качестве базовых исходных данных для построения рельефа дна русла р. Волги использовались лоцманские карты Атласа ЕГС ЕЧ РФ, том 7. Область моделирования исследуемого участка русла от 2 527 до 2 611 км полностью покрывается листами 1–5 из этого Атласа.

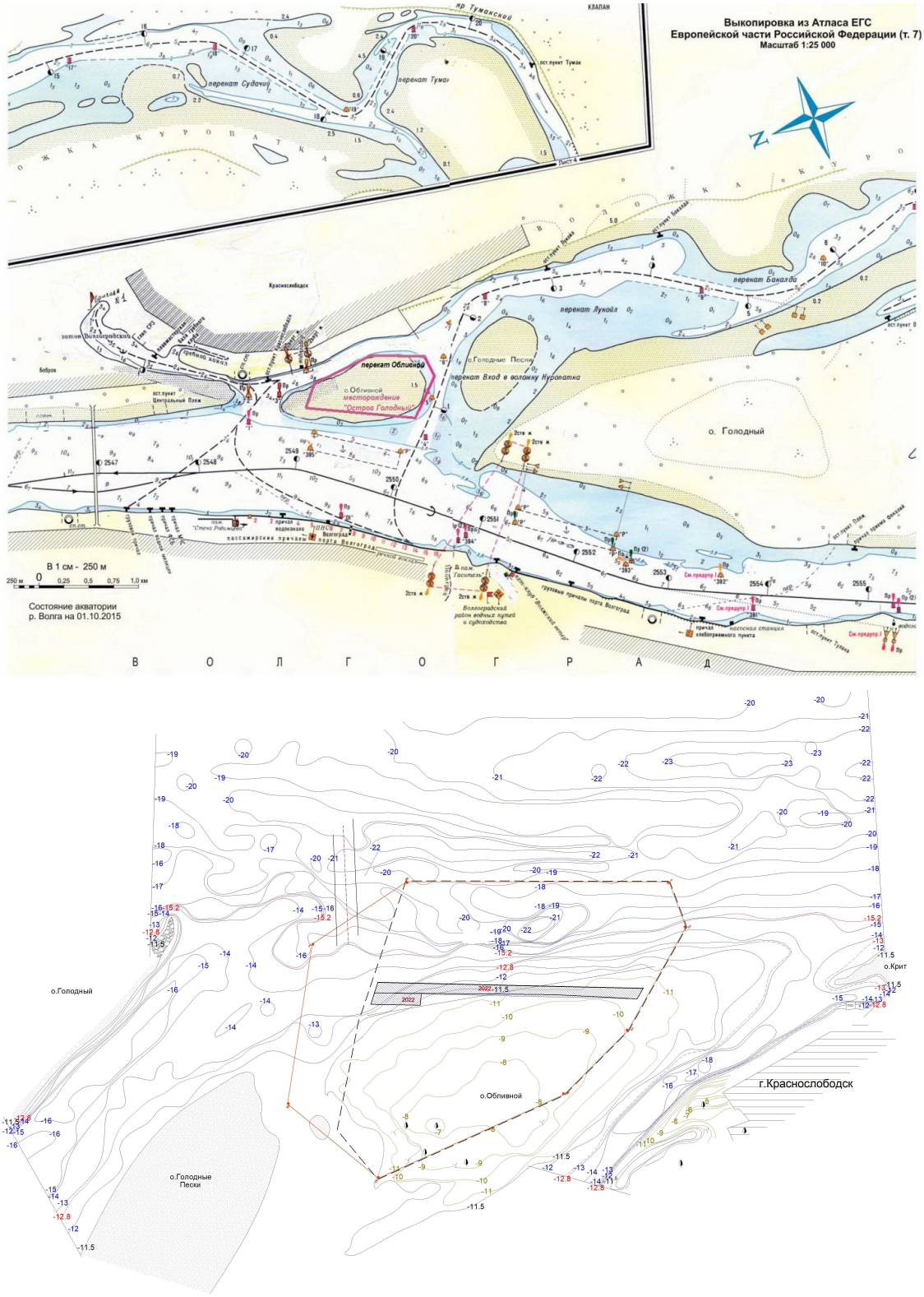


Рис. 1. Выкопировка из Атласа ЕГС ЕЧ РФ, том 7 с расположением границ карьера НСМ в окрестности о. Обливной (*сверху*). Схема карьера НСМ в окрестности о. Обливной и план его разработки (*снизу*)

2. Постановка задачи и математическая модель совместной динамики поверхностных вод и наносов

Основной задачей научно-исследовательской работы является оценка влияния процесса разработки карьера на деформации уровня дна и изменения уровней воды в русле р. Волги. Для этого необходимо и достаточно провести сравнение результатов математического моделирования при естественном русловом процессе (без учета карьера) и с учетом разработки месторождения НСМ в русле р. Волги. Площадь исследуемого карьера и объем его выработки существенно меньше площади моделируемого участка русла р. Волги (от нижнего бьефа ВГЭС до пгт. Светый Яр) и объема воды, протекающей по руслу. Поэтому процесс разработки карьера можно считать малым возмущением (вклад менее $1\,\%$), накладываемым на решение системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих самосогласованную динамику поверхностных вод и наносов (влекомых и взвешенных), при естественном русловом процессе. Если влияние карьера при моделировании русловых процессов, соответствующих типичным гидрологическим режимам с реальными гидрографами (например, 2022 и 2018 гг.), окажется пренебрежимо малым (вклад менее $1\,\%$), то такую динамическую систему можно считать устойчивой, а результаты моделирования (в части сравнительного анализа моделей с карьером и без него) можно уверенно экстраполировать на другие гидрологические режимы течения.

2.1. Динамика поверхностных вод

Динамика поверхностных вод с учетом основных физических параметров описывается системой уравнений Сен — Венана:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla_{\perp}\,(H\mathbf{u}) = q\,, \tag{1}$$

$$\frac{\partial (H\mathbf{u})}{\partial t} + \nabla_{\perp}\,(H\mathbf{u}\otimes\mathbf{u}) = -gH\nabla_{\perp}\eta + H\mathbf{f}\,, \tag{2}$$

где b — функция рельефа местности; H — толщина слоя поверхностной воды; $\eta = H + b$ — уровень свободной водной поверхности; $\mathbf{u} = \{u, v\}$ — вектор скорости течения поверхностного слоя жидкости; $\nabla_{\perp} = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y\}$ — дифференциальный оператор набла в плоскости (x, y); $g = 9,81$ м/с^2 — ускорение свободного падения. Величина $q = q^{(s)} - q^{(inf)} - q^{(ev)} + q_g^{(up)}$ определяет скорость притока/оттока жидкости за счет действия источников/стоков в поверхностном слое воды [15], где $q^{(s)}(x, y, t)$ — скорость притока воды через гидротехнические сооружения и за счет осадков; $q^{(inf)}(x, y, t)$ — функция стока из-за просачивания (инфильтрации) в грунт; $q^{(ev)}$ — темп потери воды из-за испарения; $q_g^{(up)}$ — скорость высачивания (подъема) грунтовых вод на поверхность.

В общем случае для суммарной удельной силы, действующей на слой жидкости в модели мелкой воды, имеем:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{\Lambda} + \mathbf{f}_{\nu} + \mathbf{f}_{\Omega} + \mathbf{f}_{w} + \mathbf{f}_{q}\,, \tag{3}$$

где $\mathbf{f}_{\Lambda} = -\dfrac{1}{2}\,\lambda\,\mathbf{u}\mid\mathbf{u}\mid$ — сила придонного трения; $\lambda = 2gn_M^2/H^{4/3}$ — коэффициент гидравлического трения; n_M — коэффициент Маннинга; $\mathbf{f}_{\nu}$ — сила вязкого турбулентного

трения; $\mathbf{f}_\Omega$ — сила Кориолиса; $\mathbf{f}_w$ — сила воздействия атмосферных потоков (ветра), $\mathbf{f}_q = q\mathbf{u}_q/H$ — сила воздействия источников/стоков воды q, втекающих/вытекающих в поверхностный слой жидкости со скоростью $\mathbf{u}_q$. Более подробное описание удельных сил из (3), действующих на поверхностные воды и используемых в данной работе, дано в [16; 30].

2.2. Динамика влекомых наносов

Перемещение влекомых наносов в донных отложениях, приводящее к деформации русла, описывается уравнением Экснера [19]:

$$(1-\psi)\frac{\partial b}{\partial t} + \nabla_\perp \mathbf{J} = 0\,, \tag{4}$$

где величина расхода наносов $\mathbf{J}$ определяется нелинейной зависимостью от скорости поверхностного слоя воды $\mathbf{u}$, а на неоднородном дне также зависит и от наклона дна $\nabla_\perp b \neq 0$ [17; 22; 24; 27; 28]. В общем случае для расхода наносов можно записать $\mathbf{J} = \mathbf{J}_b - c_J|\mathbf{J}_b|\nabla_\perp b$, где $\mathbf{J}_b$ — расход наносов на плоском дне, а $c_J \approx 1,5\text{-}5$ — эмпирическая постоянная [22], зависящая от типа и состояния грунта. С учетом сделанных предположений уравнение Экснера (4) для моделирования русловых деформаций (перемещения влекомых наносов в донных отложениях) примет вид:

$$(1-\psi)\frac{\partial b}{\partial t} + \nabla_\perp \mathbf{J}_b = c_J \nabla_\perp \{|\mathbf{J}_b|\nabla_\perp b\} + q_{b\alpha} - q_b\,, \tag{5}$$

где ψ — пористость донного грунта (отложений); $q_{b\alpha}$ — скорость притока донного грунта, связанная с гравитационным оседанием взвешенных наносов; q_b — скорость оттока, обусловленная изъятием донного грунта при разработке карьера. Наблюдаемое в физических экспериментах обрушение стенок канала за счет поперечного к направлению скорости жидкости потока материала грунта обеспечивается слагаемым диффузионного типа в правой части уравнения (5), которое связано с дополнительным потоком материала грунта на наклонном дне ($\nabla_\perp b \neq 0$).

Расход наносов на плоском дне определятся формулой Грасса [24]:

$$\mathbf{J}_b = \begin{cases} a_J\,\mathbf{u}\,|\mathbf{u}|^m, & |\mathbf{u}| > v_{cr}, \\ 0, & |\mathbf{u}| \le v_{cr}, \end{cases} \tag{6}$$

где a_J и m — коэффициенты, зависящие от характеристик переносимого материала; $v_{cr} = c_v\, d_{50}^{1/3}\, H^{1/6}$ — критическая (неразмывающая) скорость, определяемая по формуле Шамова [7]; $c_v \approx 3,7\text{–}6$ — эмпирическая постоянная [7], зависящая от типа и состояния грунта. В большинстве моделей при замыкании уравнения Экснера аналитическими соотношениями для расхода наносов параметр $m = 2$ (см., например, [27; 28; 32]), а величина a_J определяется следующим образом [11; 31]:

$$a_J = \frac{0,05\, n_M^3}{(s-1)\sqrt{gH}\, d_{50}}\,, \tag{7}$$

где $s = \rho_s/\rho$, ρ_s — плотность материала речных наносов; d_{50} — медианная крупность частиц речных наносов. Плотность грунта донных отложений: $\rho_g = (1-\psi)\rho_s$.

2.3. Динамика взвешенных наносов

Динамика взвешенных наносов описывается уравнением переноса, включающим конвективный перенос потоком воды и процесс диффузии взвеси в слое жидкости [6; 26].

$$\frac{\partial \alpha H}{\partial t} + \nabla_\perp (\alpha H \mathbf{u}) = \nabla_\perp (DH \nabla_\perp \alpha) + q_\alpha - q_{b\alpha}\,, \tag{8}$$

где $\alpha = \bar{\rho}_*/\rho_g$, $\bar{\rho}_*$ — усредненная по глубине потока H плотность взвешенных наносов (мутность); q_α — скорость притока взвешенных наносов; D — суммарный коэффициент диффузии взвешенных наносов в горизонтальной плоскости (с учетом дисперсии) [5]. Скорость гравитационного оседания взвешенных наносов определяется следующим выражением:

$$q_{b\alpha} = \phi_\alpha \, w \, \alpha\,, \tag{9}$$

где w — гидравлическая крупность частиц наносов; ϕ_α — коэффициент связи придонной и средней по глубине концентрации наносов (см. [5]).

Гидравлическая крупность частиц наносов w определяется по формуле Векслера [4; 5]:

$$w = \frac{(s-1)\, g\, d_{50}^2}{\nu_0 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{45} Re_d^2}\right)} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{1 + 1,75 \cdot 10^{-12} Re_d^5}{\left(1 + \frac{24}{Re_d}\right)^2 - \frac{44}{Re_d} + 1,75 \cdot 10^{-12} Re_d^5}\right)^{-1/2}, \tag{10}$$

где ν_0 — коэффициент кинематической вязкости воды, зависящий от ее температуры (см. [5]); $Re_d = \dfrac{d_{50}}{\nu_0}\sqrt{(s-1)\, g\, d_{50}}$.

2.4. Начальные и граничные условия

В качестве начальных условий для системы уравнений (1)–(8) задаются: функция рельефа дна $b(x, y, t = 0) = b_0(x, y)$, построение которой рассмотрено в п. 4; распределение источников воды $q^{(s)}(x, y, t)$ и взвешенных наносов $q_\alpha(x, y, t)$; $H(x, y, t = 0) = \mathbf{u}(x, y, t = 0) = 0$.

Русло р. Волга и карьер НСМ располагаются внутри прямоугольной расчетной области $x \in [x_{\min}, x_{max}]$ и $y \in [y_{\min}, y_{max}]$, на границах которой задаются условия свободного протекания: $\nabla_\perp f(x, y, t)|_\Gamma = 0$, где $f = \{b, H, \mathbf{u}, \alpha\}$.

3. Численный метод и программная реализация

Для численного интегрирования системы уравнений (1)–(5) использовался устойчивый и хорошо апробированный при решении практических задач динамики поверхностных вод на реальном рельефе местности CSPH-TVD метод второго порядка точности, подробное описание которого представлено в работах [16; 30]. С учетом перемещения влекомых и взвешенных наносов, описываемых уравнениями (5) и (8), необходимо обобщить численный алгоритм CSPH-TVD метода, дополнив вектор консервативных переменных $\mathbf{U}$, потоки $\mathbf{F}$ и $\mathbf{G}$, а также вектор источников и сил $\mathbf{\Phi}$ из [16; 30] новыми величинами. Здесь ограничимся кратким описанием основных этапов CSPH-TVD

алгоритма на декартовой сетке (x_i, y_j), уделив внимание только ключевым моментам, связанным с модификацией метода из-за учета совместной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов. Лагранжев этап CSPH-TVD метода запишем в виде:

$$\widetilde{\mathbf{U}}_{i,j}(t+\tau) = \mathbf{U}_{i,j}(t) + \tau \mathbf{\Phi}_{i,j}\left(\widetilde{\mathbf{U}}_{i,j}(t+0,5\tau)\right), \tag{11}$$

где τ — шаг интегрирования по времени, а для нахождения величины $\mathbf{\Phi}$ в момент времени $t+0,5\tau$ применяется процедура предиктор — корректор («leapfrog»),

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} H \\ H\mathbf{u} \\ b \\ \alpha H \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} q \\ gH\nabla_\perp(H+b) + H\mathbf{f} \\ \dfrac{1}{1-\psi} C_J \nabla_\perp \{|\mathbf{J}_b|\nabla_\perp b\} + q_{b\alpha} - q_b \\ \nabla_\perp (DH\nabla_\perp \alpha) + q_\alpha - q_{b\alpha} \end{pmatrix}.$$

Аппроксимация пространственных производных в (11) осуществляется в соответствии с модифицированным SPH-подходом [16].

Эйлеров этап CSPH-TVD метода можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{U}_{i,j}(t+\tau) = \widetilde{\mathbf{U}}_{i,j}(t+\tau) - \frac{\tau}{h}\left(\bar{\mathbf{F}}_{i+1/2,j} - \bar{\mathbf{F}}_{i-1/2,j} + \bar{\mathbf{G}}_{i,j+1/2} - \bar{\mathbf{G}}_{i,j-1/2}\right), \tag{12}$$

где дробные пространственные индексы $i \pm 1/2$ и $j \pm 1/2$ соответствуют границам ячеек расчетной сетки; $h = \Delta x = \Delta y$ — пространственный размер ячеек; $\bar{\mathbf{F}}_{i\pm1/2,j}$ и $\bar{\mathbf{G}}_{i,j\pm1/2}$ — средние на временном промежутке $[t, t+\tau]$ значения потоков массы и импульса вдоль соответствующих направлений (x, y),

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} Hu \\ Hu^2 \\ Huv \\ \dfrac{J_{bx}}{1-\psi} \\ \alpha Hu \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} Hv \\ Huv \\ Hv^2 \\ \dfrac{J_{by}}{1-\psi} \\ \alpha Hv \end{pmatrix}.$$

Вычисления потоков $\bar{\mathbf{F}}_{i\pm1/2,j}$ и $\bar{\mathbf{G}}_{i,j\pm1/2}$ на эйлеровом этапе CSPH-TVD метода осуществляются на основе модифицированного TVD-подхода [16; 20] и приближенных методов решения задачи Римана для уравнений мелкой воды (Лакса — Фридрихса — LF, Хартена — Лакса — Ван Лира — HLL, HLLC) [21; 25].

Условие устойчивости численного алгоритма самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов (11)–(12), основанного на CSPH-TVD методе, имеет вид:

$$\tau = K \min\left(\frac{h}{2\upsilon_p}, \frac{h}{\upsilon_s}, \frac{h^2}{2D_{\max}}\right), \tag{13}$$

где $0 < K < 1$ — число Куранта; $\upsilon_p = \max|\mathbf{u}|$, $\upsilon_s = \max\left(|\mathbf{u}| + \sqrt{gH}\right)$, $D_{\max} = \max[D, |\mathbf{J_b}|/(1-\psi)]$, а функции max и min вычисляются в момент времени t для всей пространственной области моделирования. Третий аргумент функции min в (13) обеспечивает устойчивость явной численной схемы для дифференциального уравнения параболического типа (5) и дополняет условие устойчивости метода CSPH-TVD [16] с учетом динамики наносов.

Отметим, что численный алгоритм самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов имеет второй порядок точности, как и CSPH-TVD метод для уравнений Сен-Венана (см. [16]), так как для аппроксимации пространственных производных в уравнениях (5) и (8) применяются SPH и TVD подходы, обладающие точностью $O(h^2)$, а использование для интегрирования по времени алгоритма предиктор — корректор («leapfrog») обеспечивает точность $O(\tau^2)$.

При разработке расчетного модуля с рабочим названием «EcoGIS-Simulation», предназначенного для моделирования самосогласованной динамики поверхностных вод и наносов («CUDA-SWD» + «CUDA-SD»), использовалась технология параллельных вычислений CUDA для графических процессоров (GPU). Реализация расчетного модуля «EcoGIS-Simulation» на основе параллельной технологии CUDA позволяет эффективно использовать компьютерные платформы (CPU+GPU) и повысить производительность вычислений в сотни раз по сравнению с последовательной версией на CPU [14].

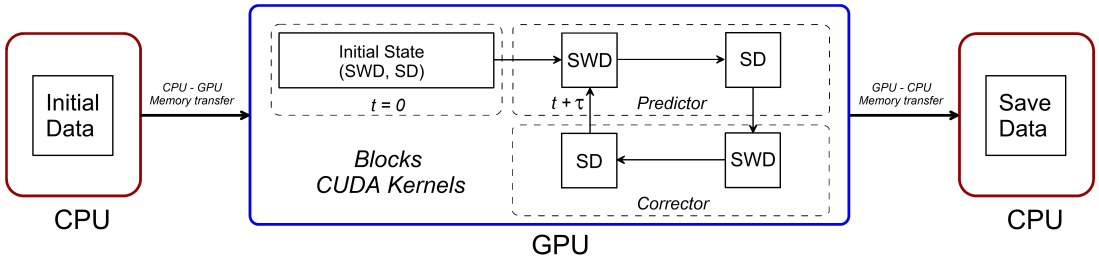


Рис. 2. Потоковая диаграмма для расчетного модуля «EcoGIS-Simulation». Показаны последовательность выполнения блоков CUDA-ядер на GPU и потоки данных между CPU и GPU

На рисунке 2 показана структура вычислительного модуля «EcoGIS-Simulation» в виде потоковой диаграммы, демонстрирующей последовательность выполнения следующих CUDA-модулей: «SWD» — вычисление временного шага (13) и расчет движения поверхностного слоя воды (1)–(2) на основе CSPH-TVD метода, подробное описание параллельного алгоритма представлено в работах [18; 23]; «SD» — расчет динамики влекомых и взвешенных наносов (5) и (8) на основе обобщенного численного алгоритма CSPH-TVD метода (11)–(13).

4. Математическое моделирование гидродинамических течений и деформации дна в русле р. Волга

Рассмотрим особенности применения построенной математической модели (п. 2) и разработанного программного комплекса (п. 3) для моделирования русловых процессов, включающих самосогласованную динамику поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов. Разработанная в работе математическая модель совместной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов, а также параметры данной модели полностью соответствуют рекомендациям [5] по расчету и прогнозу трансформации русел рек в нижних бьефах речных гидроузлов.

Для исследования методами математического моделирования влияния процесса разработки НСМ в окрестности о. Обливной на безопасность судоходства в русле р. Волга от нижнего бьефа плотины Волжской ГЭС до ВДСК необходимо решить следующие

задачи:

- построить матрицы высот моделируемого участка местности на основе данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), топографических и лоцманских карт, а также чертежей территории карьера;
- провести моделирования гидродинамических течений и деформации дна русла р. Волга без учета разработки карьера НСМ в окрестности о. Обливной — *Модель A*;
- провести моделирования гидродинамических течений и деформации дна русла р. Волга с учетом особенностей разработки карьера НСМ в окрестности о. Обливной в 2022 г.— *Модель B*;
- построить карты распределения глубины воды и скорости течения в русле и зонах затопления суши для моделей A и B в различные моменты времени;
- построить карты распределения рельефа дна в русле и зонах затопления суши для моделей A и B в различные моменты времени;
- построить карты распределения концентрации взвешенных наносов в русле и зонах затопления суши для моделей A и B в различные моменты времени;
- провести сравнительный анализ деформации дна в русле р. Волги для моделей A и B в различные моменты времени;
- построить распределения уровня дна и глубины потока воды вдоль путей судоходства («Нижний бьеф Волжской ГЭС – ВДСК», «Волгоградский затон», «Воложка Куропатка») для моделей A и B в различные моменты времени;
- оценить влияние процесса разработки карьера НСМ в окрестности о. Обливной на структуру дна вдоль путей судоходства и концентрацию взвешенных наносов в акватории карьера.

4.1. Параметры моделирования

В соответствии с представленным планом разработки карьера в 2022 г. скорость оттока донного грунта (q_b) в уравнении динамики влекомых наносов (5) определяется следующим выражением:

$$q_{bk}(x, y, t) = \frac{Q_{bk}(t)}{S_k}, \tag{14}$$

где Q_{bk} — объемный расход [м^3/с] выработки грунта на k-участке с площадью S_k, определяемый отношением планируемого объема выработки к промежутку времени работы на этом участке. Для Q_{bk} имеем:

$$Q_{bk}(t) = \begin{cases} \dfrac{V_k}{t_{ek} - t_{sk}}, & t_{sk} \le t \le t_{ek} \\ 0, & t \notin [t_{sk}, t_{ek}] \end{cases}, \tag{15}$$

где t_{sk} и t_{ek} — время начала и окончания выработки на k-участке.

Общий объем выработки в 2022 г. для модели B составляет $V = 568\,182$ м^3. Как видно из рисунка 1, в 2022 г. имеется два участка, распределенные по времени, выработки, для которых получаем:

(k=1) — I–III кв. 2022 г., $Q_{b1} \approx 0,033$ м^3/с, $q_{b1} \approx 0,88 \cdot 10^{-6}$ м/с, $t_{e1} - t_{s1} = 167$ дн.;

(k=2) — III кв. 2022 г., $Q_{b2} \approx 0,034$ м^3/с, $q_{b2} \approx 4,4 \cdot 10^{-6}$ м/с, $t_{e2} - t_{s2} = 32$ дн.

В нашей модели полагаем, что источник воды связан с гидротехническим сооружением (Волжским гидроузлом), режим работы которого определяется функцией $Q(t)$ (гидрографом). Тогда выражение для q в (1) при однородном распределении источника на заданной площади S_Q можно записать в виде:

$$q(x, y, t) = \frac{Q(t)}{S_Q}\,. \tag{16}$$

Гидрограф плотины Волжской ГЭС для 2022 г. показан на рисунке 3 и содержит известный на момент проведения расчетов участок до 30.06.22 и экстраполированный по наиболее близким параметрам гидрографом 2018 года.

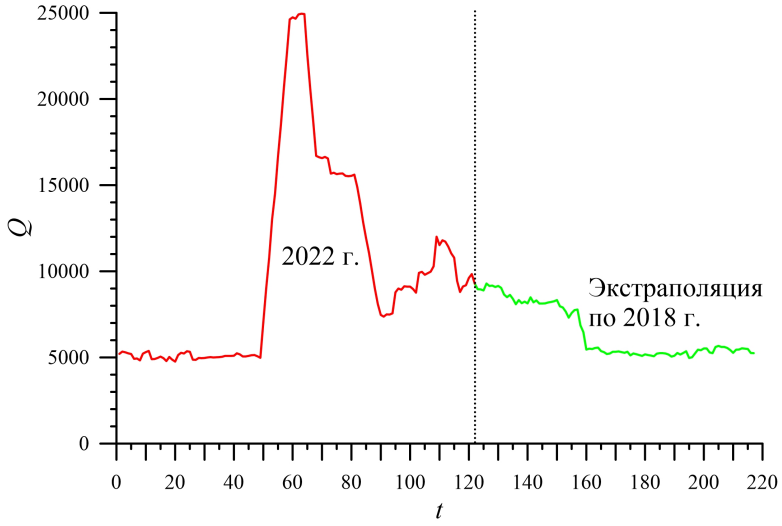


Рис. 3. Гидрограф $Q(t)$ плотины Волжской ГЭС в период с 01.03.22 по 30.09.22

Для определения скорости притока взвешенных наносов воспользуемся следующим приближением:

$$q_\alpha(x, y, t) = \beta_H\, q(x, y, t) + \beta_b\, q_b(x, y, t)\,, \tag{17}$$

где β_H и β_b — удельная объемная доля взвешенных наносов в источниках воды q и стоках грунта q_b соответственно.

Величина β_H определялась по общему количеству речных наносов, переносимых через плотину Волжского гидроузла из Волгоградского водохранилища: $\beta_H \approx 10^{-5}$. Для параметра β_b выбрано максимально возможное значение, связанное с техническими условиями эксплуатации на карьере добывающего оборудования и определяющее максимально возможную объемную долю взвешенных наносов, попадающих в поток воды от общего объема выработки: $\beta_b \approx 0,12$.

Параметры речных наносов, используемые в моделировании русловых процессов, определялись в соответствии с рекомендациями [5] и данными инженерно-геологических исследований Заказчика работ: медианная крупность $d_{50} = 0,3$ мм, пористость $\psi = 0,4$, плотность материала наносов $\rho_s = 2,65$ г/см^3. В численных расчетах используются

следующие значения параметров: $n_M = 0,025$ (данное значение коэффициента шероховатости соответствует широким равнинным рекам с песчаным дном), $c_J = 1,5$ и $c_v = 3,7$ (см., например, [5; 7; 11; 22]).

4.2. Цифровая модель рельефа

Построение цифровой модели рельефа для целей гидродинамического моделирования проводилось в несколько этапов на основе данных дистанционного зондирования Земли (SRTM 1'), топографических и лоцманских карт, а также проектных планов акватории карьера. Сначала проводилось построение глобального рельефа поверхности суши по данным ДЗЗ (SRTM), в результате была получена матрица высот с разрешением 25 м без учета рельефа дна русла р. Волга, так как в SRTM отображается только уровень водной поверхности. Затем на основе лоцманских карт строилась матрица глубин с разрешением 25 м, которая далее вычиталась из матрицы высот глобального рельефа местности, в результате была получена матрица высот с учетом рельефа дна русла р. Волга. На следующем этапе проводилось построение локального рельефа карьера на основе проектных планов, который в дальнейшем сшивался с глобальным рельефом. Заключительный этап включал дополнительную обработку матриц высот для устранения зубчатости рельефа (применялись различные методы сглаживания) и адаптацию их к использованию в расчетном модуле программного комплекса «EcoGIS-Simulation» (производилась нарезка матриц и конвертация в обменный формат .grd). В результате дополнительной обработки была получена матрица высот $1\,312 \times 1\,728$ ячеек с размером элемента 25 м. Моделируемый участок охватывает территорию $32,8 \times 43,2$ км ($x_{\min} = y_{\min} = 0$ м, $x_{\max} = 32\,800$ м, $y_{\max} = 43\,200$ м).

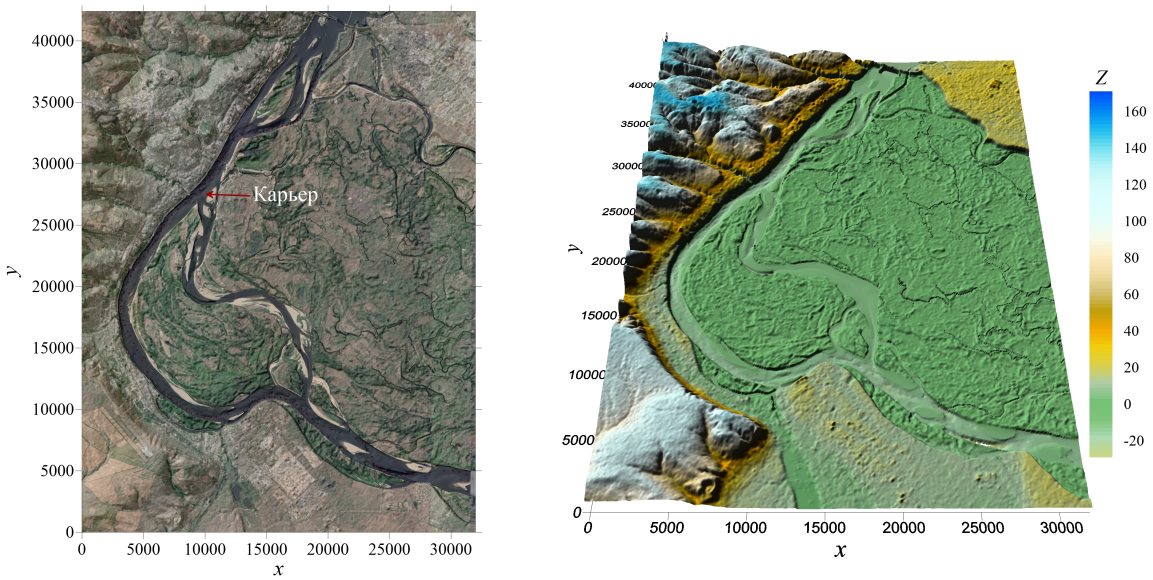


Рис. 4. Исходная цифровая модель рельефа (матрица высот) моделируемого участка местности: *слева* — двумерное светотеневое представление рельефа на фоне космоснимка; *справа* — трехмерная модель

Таким образом, на основе методов геоинформационного моделирования построена итоговая цифровая модель рельефа (ЦМР) местности с учетом проектных решений по

разработке карьера, представленная на рисунке 4. Отметим, что построение ЦМР проводилось в СК-42 с дальнейшим переходом (для удобства представления результатов моделирования) в локальную систему координат (ЛСК), координата x которой направлена на восток, y — на север, а начало отсчета ЛСК ($x_0 = 8\,455\,688$, $y_0 = 5\,368\,663$).

4.3. Результаты численного моделирования динамики русловых течений

При представлении результатов численного моделирования использовалась следующая единая система измерений физических величин: длина (x, y, L), высота (z), уровни дна (b) и воды (η), глубина (H) — м; время (t) — дни (сутки); объемный расход воды (Q) и грунта (Q_b) — м^3/с.

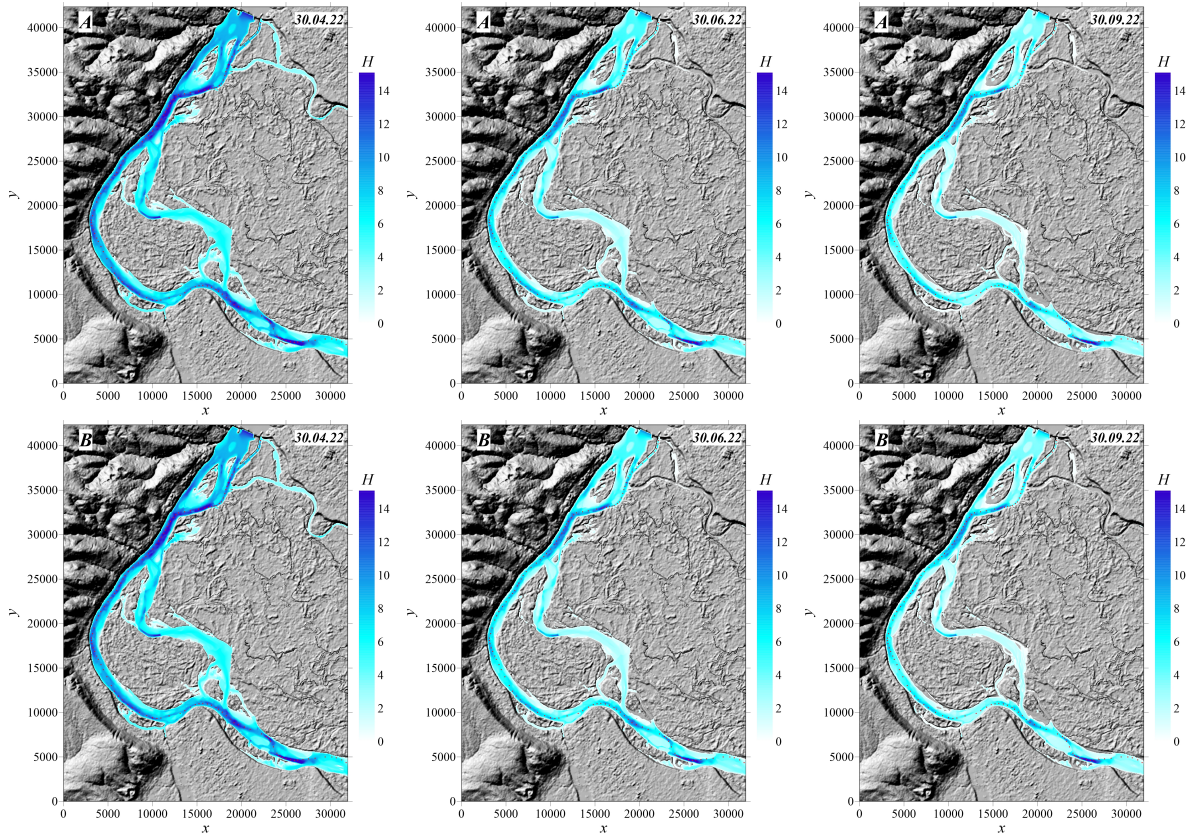


Рис. 5. Распределение глубины воды в русле р. Волги на фоне рельефа местности (градиентное светотеневое представление) в моменты времени $t = 61$ (*левая панель*), $t = 122$ (*средняя панель*) и $t = 214$ (*правая панель*) для моделей A (*сверху*) и B (*снизу*). Красными точками отмечен основной судовой ход

Проведены две серии вычислительных экспериментов по моделированию гидродинамических течений и деформации дна русла р. Волга в рамках двух моделей: без учета разработки карьера — модель A; с учетом разработки карьера в 2022 г. — модель B. Результаты моделирования самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов для моделей A и B представлены на рисунках 5–7. На этих рисунках показана структура русловых течений для нескольких моментов времени, соответствующих различным гидрологическим режимам работы Волжского гидроузла:

пик весеннего паводка — 30.04.22 ($t = 61$), $Q = 24\,660$ м^3/с; начало летней межени — 30.06.22 ($t = 122$), $Q = 9\,290$ м^3/с; осенняя межень — 30.09.22 ($t = 214$), $Q = 5\,510$ м^3/с.

Структура гидродинамических течений в моделях A и B для выбранных моментов времени показана на рисунках 5–6, из которых видно, что учет разработки карьера в модели B не оказывает существенного влияния на динамику поверхностных вод. Это связано с тем, что относительный вклад процесса разработки карьера в общую структуру потока составляет $\sim 10^{-6}$ (см. значение параметра q_b в пп. 4.1) на малом локальном участке, площадь которого пренебрежимо мала по сравнению с площадью русел судоходных путей.

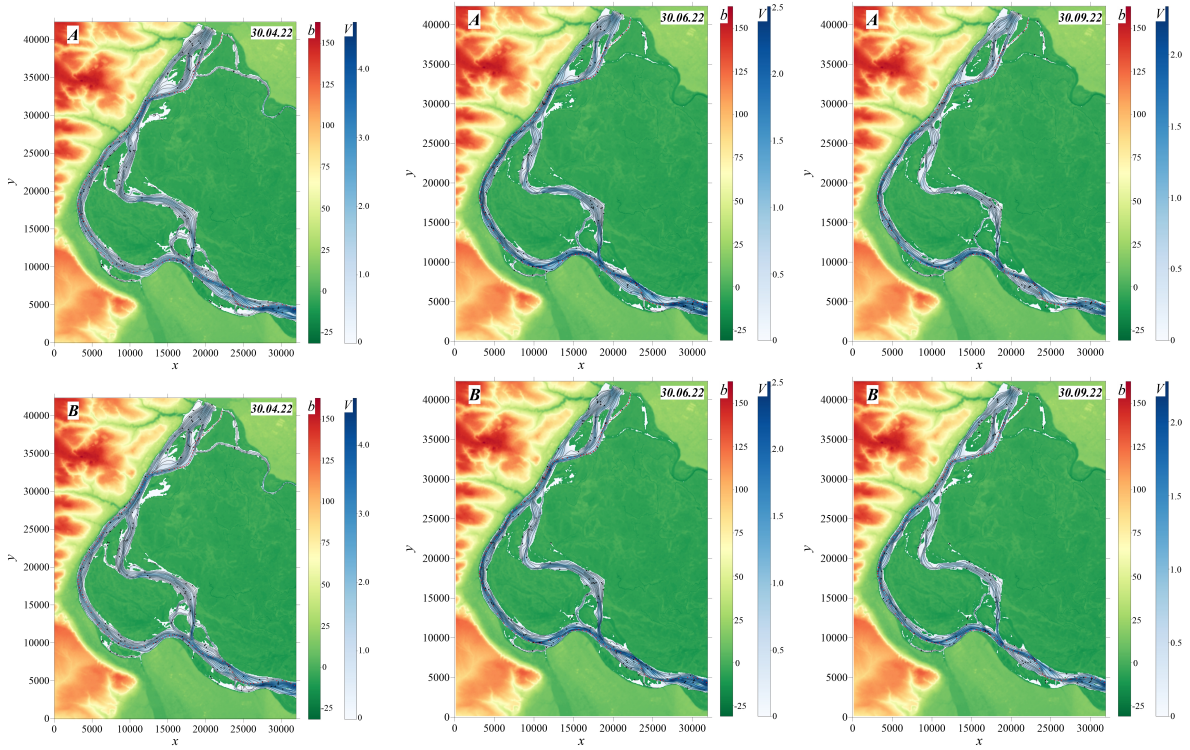


Рис. 6. Распределение скорости течения (линии тока и амплитуда модуля скорости) воды в русле р. Волги на фоне рельефа местности в моменты времени $t = 61$ (*левая панель*), $t = 122$ (*средняя панель*) и $t = 214$ (*правая панель*) для моделей A (*сверху*) и B (*снизу*). Красными точками отмечен основной судовой ход

Динамика взвешенных наносов в моделях A и B для выбранных моментов времени показана на рисунке 7, из которого видно, что взвешенные наносы могут вносить заметный вклад в общую деформацию русла только в окрестности источников взвеси, то есть около плотины Волжской ГЭС и карьера в акватории о. Обливной. Площадь и форма областей, в которых взвешенные наносы за счет гравитационного оседания могут оказывать влияние на деформацию дна, зависят от интенсивности источника и структуры течения в его окрестности. За пределами этих областей влияния русловые деформации будут определяться в основном динамикой влекомых наносов. В окрестности Волжского гидроузла (модели A и B) поток взвешенных наносов обтекает острова Западный и Денежный, а также захватывает северную часть основного судоходного пути «Нижний бьеф Волжской ГЭС – ВДСК», максимальная относительная концентрация взвешенных

наносов $\alpha_{\max}$ на этом пути достигает значений $\sim 10^{-6}$. При разработке карьера в окрестности о. Обливной (модель A) поток взвешенных наносов обтекает острова Обливной и Голодный, сносится течением в сторону воложки Куропатка, захватывая северные части дополнительных судоходных путей «Воложка Куропатка» и «Волгоградский затон». Максимальная относительная концентрация взвешенных наносов $\alpha_{\max}$ на этих путях составляет $\sim 10^{-7}$–10^{-6}, что соответствует мутности воды $\epsilon < 1,6 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3.

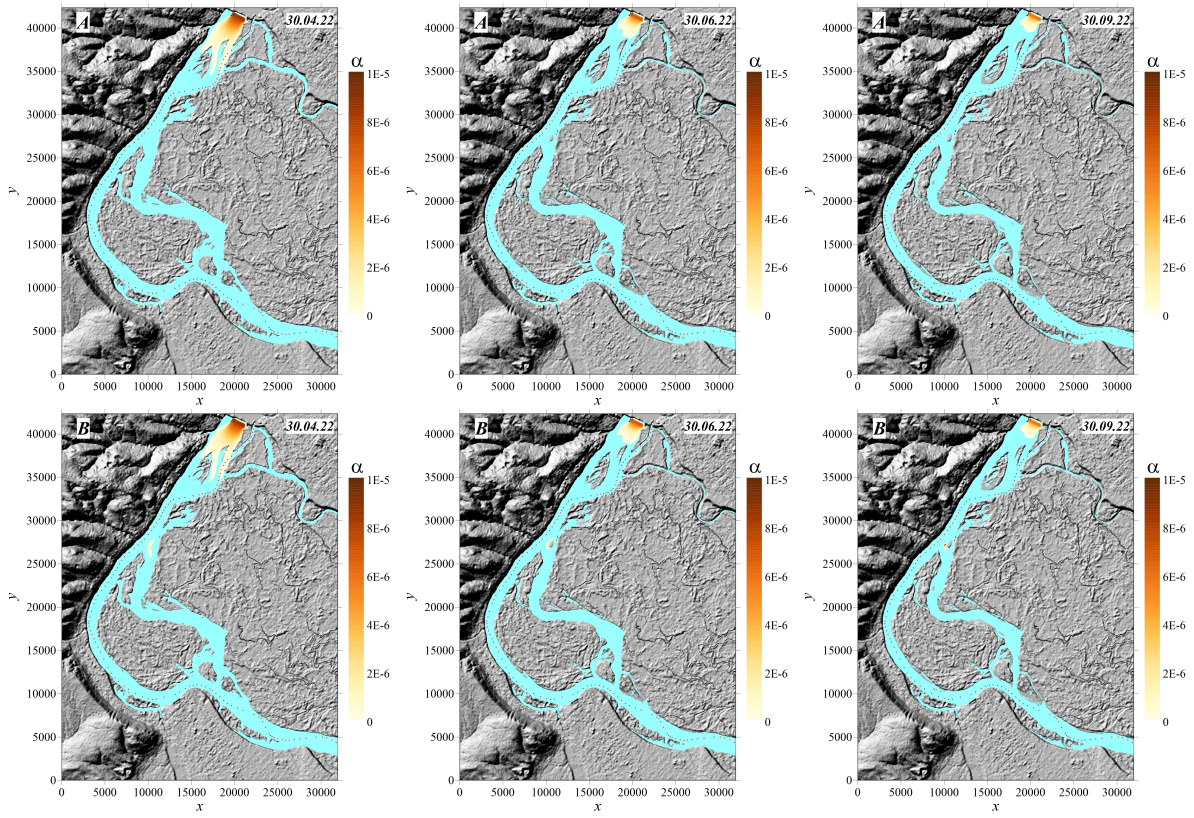


Рис. 7. Распределение относительной концентрации взвешенных наносов (α) в русле р. Волги на фоне рельефа местности (градиентное светотеневое представление) и уровня воды (голубой цвет) в моменты времени $t = 61$ (*левая панель*), $t = 122$ (*средняя панель*) и $t = 214$ (*правая панель*) для моделей A (*сверху*) и B (*снизу*). Красными точками отмечен основной судовой ход

В соответствии с требованиями [8] произведена оценка русловых деформаций выше и ниже карьера НСМ, построены карты пространственного распределения величины деформации русла ($\Delta b = b_A - b_0$, где b_0 — уровень рельефа дна в начальный момент времени) в различные моменты времени (рис. 8) при естественных русловых процессах (без учета разработки карьера — модель А), из которых виден интенсивный характер деформаций русла (в пределах нескольких метров) как в области карьера, так и его окрестностях ниже и выше по течению. Данный результат хорошо согласуется с наблюдаемыми интенсивными деформациями русла при сравнении атласов 2009 и 2014 гг. (с корректировкой). Особенно хорошо заметны эффекты деформации дна на отмелях в окрестности островов и на мелководных участках русла р. Волги (см., например, мелководье на воложке Куропатка), так как величина потока влекомых наносов возрастает с уменьшением глубины течения. По этой же причине, а также за счет увеличения с

глубиной значения критической (неразмывающей) скорости происходит только незначительная деформация дна в руслах судоходных путей.

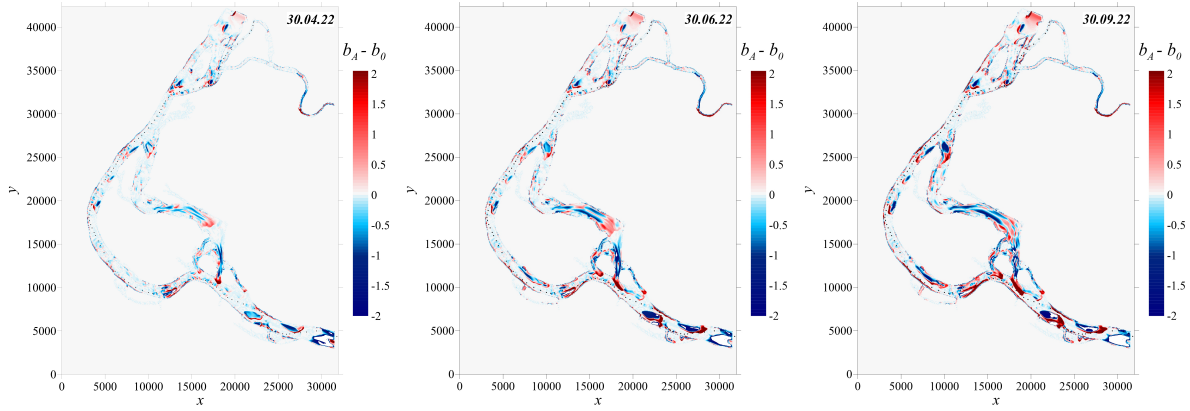


Рис. 8. Распределение разности уровней дна ($\Delta_b = b_A - b_0$)
в моменты времени $t = 61$ (*левая панель*), $t = 122$ (*средняя панель*) и $t = 214$ (*правая панель*).
Черными точками отмечен основной судовой ход

4.4. Сравнительный анализ русловых процессов в моделях A и B

На основе построенных карт пространственного распределения величины деформации русла Δb на рисунке 8 легко определить в критически важных областях как глубины размыва/намыва, так и размеры зон размыва/намыва, но в соответствии с основной задачей НИР нашей главной целью является оценка влияния разработки карьера на деформацию русла.

Рассмотрим теперь более подробно вопрос о влиянии разработки исследуемого карьера на деформацию дна и изменения уровня воды в руслах судоходных путей «Нижний бьеф Волжской ГЭС — ВДСК», «Волгоградский затон» и «Воложка Куропатка», а также на близлежащих перекатах. Для этого проведем сравнительный анализ русловых процессов в моделях A и B в наиболее опасный для судоходства период межени — 30.06.22 ($t = 122$) и 30.09.22 ($t = 214$). На рисунке 9 показаны пространственные распределения разности уровней дна $b_B - b_A$, глубины потока $H_B - H_A$ и разностей уровней воды $\eta_B - \eta_A$ (посадка), из которых видно, что в интересующей нас области судоходства и на перекатах амплитуда изменения уровней дна и глубин меньше 0,1 м, а посадка уровня воды < 5 см.

На рисунке 10 в окрестности разработки карьера представлена детализация структуры рельефа дна русла р. Волги в начальный момент времени и в период осенней межени (30.09.22) для моделей A и B, на фоне которой точками показаны пути судоходства: красные — основной «Нижний бьеф Волжской ГЭС — ВДСК»; желтые — «Волгоградский затон»; зеленые — «Воложка Куропатка». Хорошо видна деформация дна на карьере, связанная с его разработкой в 2022 году.

Продольные срезы уровней дна вдоль основного и дополнительных судоходных путей («Нижний бьеф Волжской ГЭС — ВДСК», «Волгоградский затон», «Воложка Куропатка») показаны на рисунке 11, из которого видно, что деформация начального уровня дна b_0 происходит практически одинаково в моделях A и B, то есть $b_B \approx b_A$, а максимальное отклонение на некоторых локальных участках $\Delta b_{BA} = b_B - b_A$ не превышает

значений 0,01–0,05 м. При сравнении глубин вдоль судоходных путей получаем оценку $\Delta H_{AB} = H_A - H_B < 0,01$–$0,05$ м.

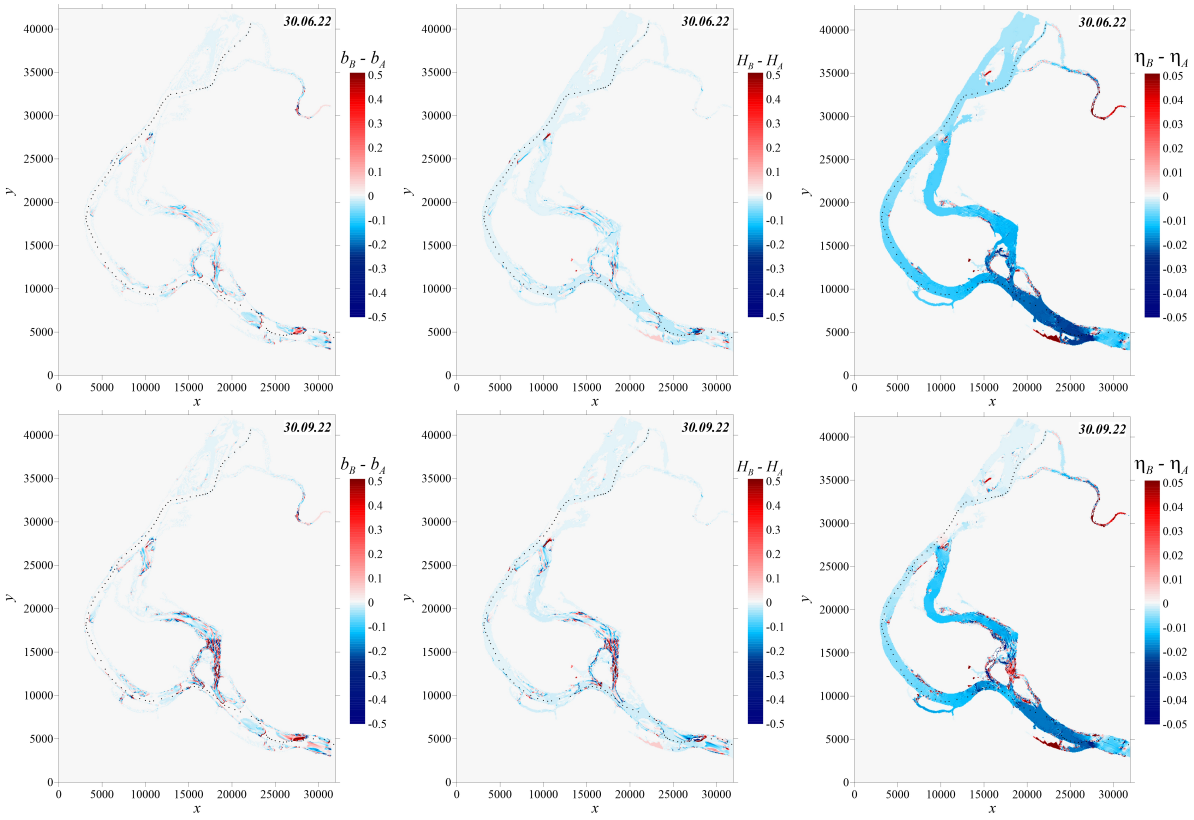


Рис. 9. Распределение разности уровней дна $b_B - b_A$ (*левая панель*), глубин $H_B - H_A$ (*средняя панель*) и уровней воды $\eta_B - \eta_A$ (*правая панель*) в моменты времени $t = 122$ (*сверху*) и $t = 214$ (*снизу*). Черными точками отмечен основной судовой ход

На рисунке 12 показаны пространственные распределения разности относительных концентраций $\alpha_B - \alpha_A$ взвешенных наносов в окрестности о. Обливной, из которого видно, что величина дополнительной концентрации взвеси твердых частиц, связанная с процессом разработки карьера, не превышает значений $\sim 2,5 \cdot 10^{-6}$, то есть мутность $\epsilon < 4 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Полученное значение дополнительной концентрации взвешенных наносов оказывается существенно меньше предельно допустимых концентраций взвеси твердых частиц, регламентирующих работу судового оборудования.

Заключение

Построенная математическая модель самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов позволяет рассматривать: гидродинамические течения с различными числами Фруда и деформацию дна в реках со сложной геометрией русел; размыв и намыв грунта, включая как перенос наносов вдоль потока жидкости, так и поперечный транспорт влекомых наносов. Модель основана на уравнениях Сен-Венана, описывающих динамику поверхностных вод в приближении теории мелкой воды, уравнении Экснера, описывающего динамику влекомых наносов на наклонном

дне и уравнении конвективно-диффузионного переноса взвешенных наносов. Представленный в работе численный алгоритм (лагранжево-эйлеров метод CSPH-TVD) решения задачи самосогласованной динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов является условно устойчивым для широкого диапазона возможных скоростей потока, имеет второй порядок точности $O(\tau^2, h^2)$ и является двухшаговым типа предиктор — корректор. Устойчивость алгоритма, то есть отсутствие осцилляций в численном решении, достигается благодаря применению TVD-подхода и приближенных методов решения задачи Римана при вычислении гидродинамических потоков.

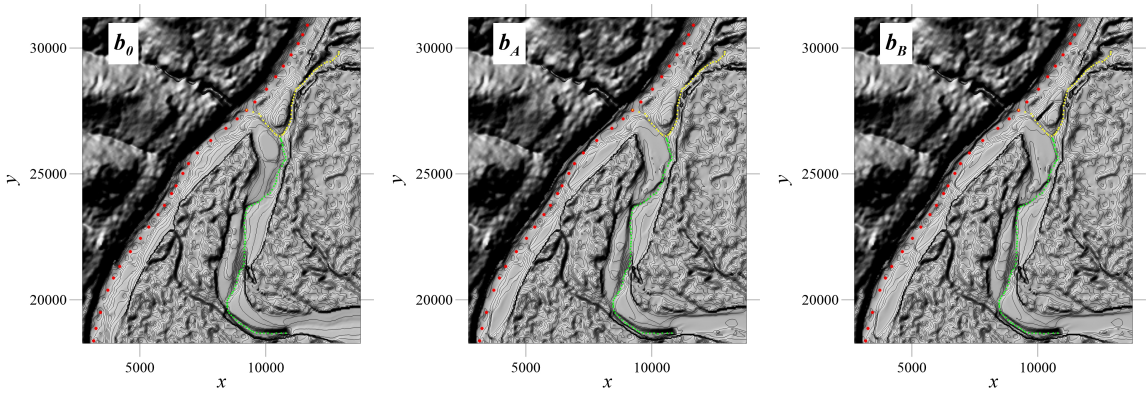


Рис. 10. Детализация структуры рельефа дна в окрестности о. Обливной в моменты времени $t = 0$ (*левая панель*), $t = 214$ для модели A (*средняя панель*) и $t = 214$ для модели B (*правая панель*). Точками показаны линии судоходства: красные — основной; желтые — «Волгоградский затон»; зеленые — «Воложка Куропатка»

Сформулируем основные результаты работы:

1) На основе построенной математической модели разработан параллельный CUDA-алгоритм, реализованный в виде программного комплекса «EcoGIS-Simulation» для суперкомпьютеров с GPU.

2) Проведено численное имитационное моделирование динамики поверхностных вод, влекомых и взвешенных наносов в русле р. Волга на участке от нижнего бьефа Волжского гидроузла до пгт. Светлый Яр.

3) Построены карты распределения глубины воды, скорости течения, рельефа дна и концентрации взвешенных наносов в русле р. Волга для моделей A, B и C в различные моменты времени.

4) Показано, что разработка исследуемого карьера не оказывает существенного влияния как на структуру потока, так и на деформацию дна вдоль судоходных путей (основного и дополнительного), на пороге Волгоградского шлюза ВДСК и перекатах. Максимальные отклонения уровней дна с учетом разработки карьера не превышают значений $\sim$ 1–5 см на всех критически важных объектах (КВО) — основном и дополнительных судоходных путях, в нижнем бьефе ВГЭС, на пороге Волгоградского шлюза ВДСК и перекатах.

5) Посадка (уменьшение) уровня воды в меженный период не превышает значений $\sim$ 1–5 см на всех КВО.

6) Относительная концентрация взвешенных наносов в окрестности о. Обливной,

связанная с разработкой карьера, не превышает величины $2,5 \cdot 10^{-6}$ (мутность $\epsilon < 4 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3), что не может привести к нарушению условий эксплуатации судового оборудования, контактирующего с водой.

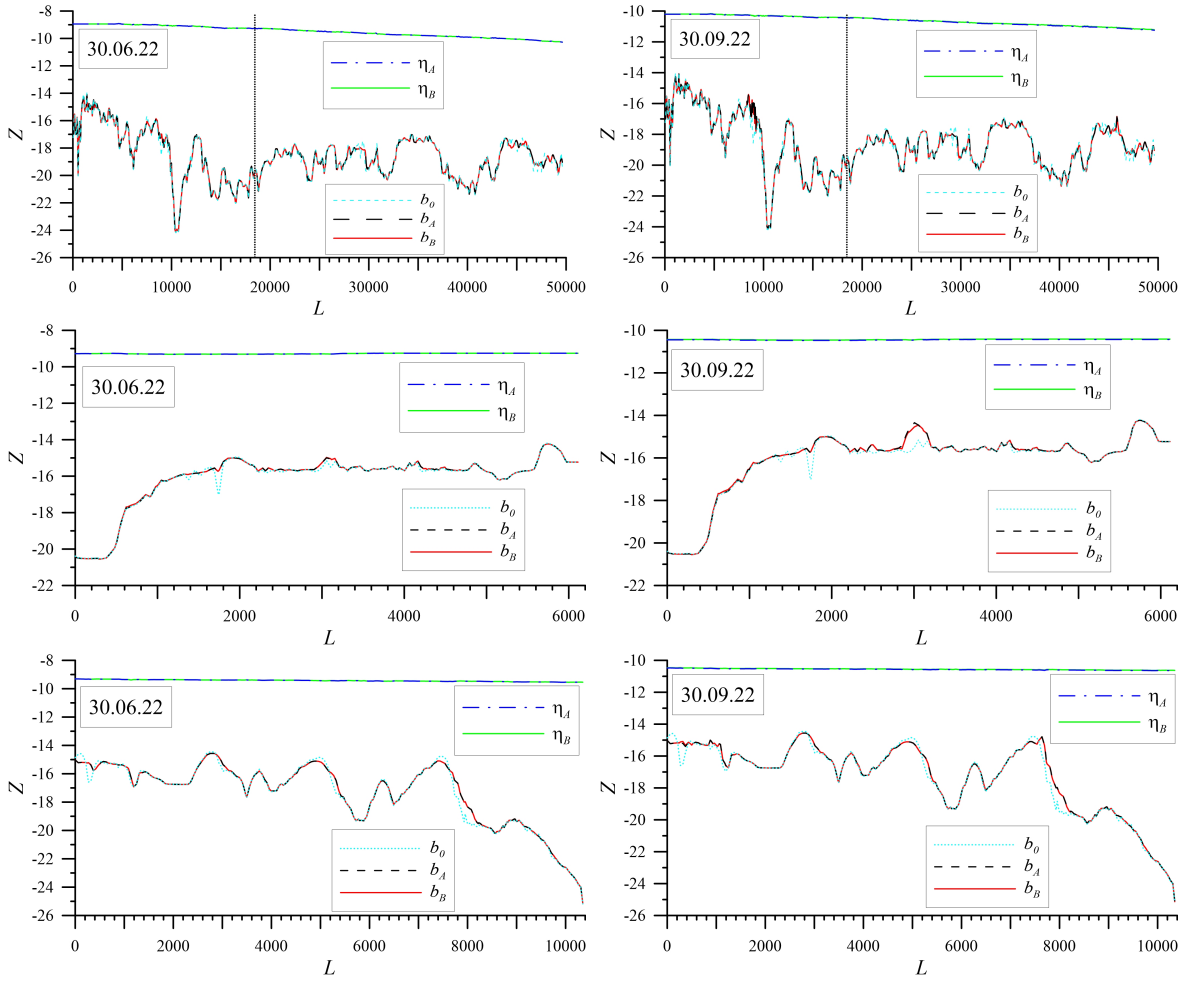


Рис. 11. Распределения уровней воды (η_A, η_B) и рельефа дна (b_A, b_B) в русле р. Волга вдоль судоходных путей «Нижний бьеф Волжской ГЭС – ВДСК» (*верхняя панель*), «Волгоградский затон» (средняя панель) и «Воложка Куропатка» (*нижняя панель*) в моменты времени $t = 122$ (*слева*) и $t = 214$ (*справа*) для моделей A и B. Начальный ($t = 0$) уровень рельефа дна (b_0) показан точечной линией. Вертикальная точечная линия указывает окрестности карьера

Полученные результаты математического моделирования показывают, что разработка карьера не оказывает значимого влияния на безопасность судоходства как в плане обеспечения гарантированной глубины судового хода и уровней воды на всех критически важных объектах, так и условий эксплуатации судов, связанных с мутностью воды. В соответствии с планом разработки карьера в 2022 г. не требуется проведение дополнительных работ: по расчистке русел судоходных путей «Нижний бьеф Волжской ГЭС — ВДСК», «Волгоградский затон» и «Воложка Куропатка»; по обеспечению минимальных уровней воды и гарантированной глубины в нижнем бьефе ВГЭС, на пороге Волгоградского шлюза ВДСК и перекатах; по ремонту судового оборудования, контактирующего с водой, из-за превышения предельно допустимых значений мутности воды.

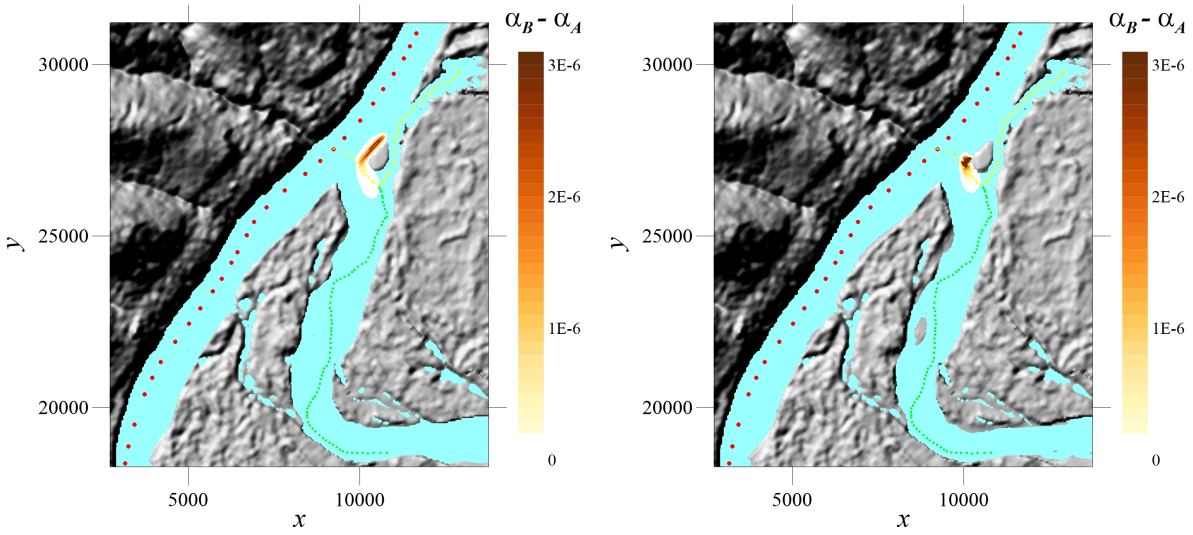


Рис. 12. Распределение разности относительных концентраций ($\alpha_B - \alpha_A$) взвешенных наносов в окрестности о. Обливной на фоне рельефа местности (градиентное светотеневое представление) и уровня воды (голубой цвет) в моменты времени $t = 122$ (*слева*) и $t = 214$ (*справа*). Точками показаны линии судоходства: красные — основной; желтые — «Волгоградский затон»; зеленые — «Воложка Куропатка»

Продолжение следует.

ПРИМЕЧАНИЕ

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке ООО «РИЦ “ТЕЛЕНОВО”» (НИР № 2022-14).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов, С. Г. Временные методические рекомендации по расчету зон при внезапном прорыве ограждающих дамб хвостохранилищ / С. Г. Аксенов. — Белгород : ВИОГЕМ, 1981. — 25 с.

2. Булатов, О. В. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоемах / О. В. Булатов, Т. Г. Елизарова // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. — 2011. — Т. 51, № 1. — С. 170–184.

3. Булатов, О. В. Регуляризованные уравнения мелкой воды для численного моделирования течений с подвижной береговой линией / О. В. Булатов, Т. Г. Елизарова // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. — 2016. — Т. 56, № 4. — С. 665–684.

4. Векслер, А. Б. Влияние формы частиц наносов на их гидравлические характеристики / А. Б. Векслер // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. — 1982. — Т. 154. — С. 52–58.

5. Векслер, А. Б. Рекомендации по прогнозу трансформации русла в нижних бьефах гидроузлов — СО 34.21.204-2005 / А. Б. Векслер, В. М. Доненберг. — СПб. : ОАО «ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева», 2006. — 102 с.

6. Дебольский, В. К. Динамика русловых потоков и литодинамика прибрежной зоны моря / В. К. Дебольский, Р. Зайдлер, С. Массель. — М. : Наука, 1994. — 302 с.

7. Караушев, А. В. Речная гидравлика / А. В. Караушев. — Л. : Гидрометеоиздат, 1969. — 418 с.

8. Католикова, Н. И. Добыча нерудных строительных материалов в водных объектах. Учет руслового процесса и рекомендации по проектированию и эксплуатации русловых карьеров — СТО ФГБУ «ГГИ» 52.08.31-2012 / Н. И. Католикова. — СПб. : Глобус, 2012. — 140 с.

9. Леви, И. И. Динамика русловых процессов / И. И. Леви. — Л. : Госэнергоиздат, 1957. — 252 с.

10. Локально-двумерные схемы расщепления для параллельного решения трехмерной задачи транспорта взвешенного вещества / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко, А. М. Атаян // Математ. физика и компьютер. моделирование. — 2021. — Т. 24, № 2. — С. 38–53. — DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4

11. Математическое моделирование динамики течения и русловых деформаций на участке р. Обь у г. Барнаула / А. Т. Зиновьев, К. В. Марусин, А. А. Шибких, В. А. Шлычков, М. В. Затинацкий // Ползуновский вестник. — 2006. — Т. 2. — С. 204–209.

12. Параллельная реализация задач транспорта веществ и восстановления донной поверхности на основе схем повышенного порядка точности / А. И. Сухинов, А. Е. Чистяков, А. А. Семенякина, А. В. Никитина // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. — 2015. — Т. 16, № 2. — С. 256–267.

13. Потапов, И. И. О решении уравнения Экснера для дна, имеющего сложную морфологию / И. И. Потапов, К. С. Снигур // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 3. — С. 449–461.

14. Храпов, С. С. Параллельная CUDA-версия программы для моделирования самосогласованной динамики поверхностных вод и наносов : свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2021680175 / С. С. Храпов ; Заявл. 03.12.2021 ; Опубл. 07.12.2021.

15. Храпов, С. С. Численное моделирование самосогласованной динамики поверхностных и грунтовых вод / С. С. Храпов // Математ. физика и компьютер. моделирование. — 2021. — Т. 24, № 3. — С. 45–62. — DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.3.5

16. Численная схема для моделирования динамики поверхностных вод на основе комбинированного SPH-TVD-подхода / С. С. Храпов, А. В. Хоперсков, Н. М. Кузьмин, А. В. Писарев, И. А. Кобелев // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. — 2011. — Т. 12, № 1. — С. 282–297.

17. Alan, G. D. Advances in the Study of Moving Sediments and Evolving Seabeds / G. D. Alan, D. Th. Peter // Surveys in Geophysics January. — 2008. — Vol. 29, № 1. — P. 1–36.

18. Dyakonova, T. Numerical Model of Shallow Water: The Use of NVIDIA CUDA Graphics Processors / T. Dyakonova, A. Khoperskov, S. Khrapov // Communications in Computer and Information Science. — 2016. — Vol. 687. — Article ID: 11. — DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-55669-7_11

19. Exner, F. M. Uber die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flussen Sitzungsber / F. M. Exner // Akad. Wiss. Wien, Math. Naturwiss. Kl. Abt. 2A. — 1925. — Vol. 134. — P. 165–180.

20. Harten, A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws / A. Harten // J. Comput. Phys. — 1983. — Vol. 49. — P. 357–393.

21. Harten, A. On upstream differencing and Godunov type methods for hyperbolic conservation laws / A. Harten, P. Lax, B. van Leer // SIAM review. — 1983. — Vol. 25. — P. 35–61.

22. Jayaratne, R. Applicability of suspended sediment concentration formulae to large-scale beach morphological changes / R. Jayaratne, Y. Takayama, T. Shibayama // Engineering Proceedings. — 2012. — Vol. 1, № 33. — P. 57.

23. Khrapov, S. S. Application of Graphics Processing Units for Self-Consistent Modelling of Shallow Water Dynamics and Sediment Transport / S. S. Khrapov, A. V. Khoperskov // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2020. — Vol. 41. — P. 1475–1484.

24. Liu, X. Numerical investigation of seabed respone under waves with free-surface water flow / X. Liu, M. Garcia // International Journal of Offshore and Polar Engineering. — 2007. —

Vol. 17, № 2. — P. 97–104.

25. Lu, C. N. A numerical study for the performance of the WENO schemes based on different numerical fluxes for the shallow water equations / C. N. Lu, J. X. Qiu, R. Y. Wang // Journal of Computational Mathematics. — 2010. — Vol. 28, № 6. — P. 807–825.

26. Mead, T. C. An investigation of the suitability of two-dimensional mathematical models for prediction sand deposition in dredged trenches across estuaries / T. C. Mead // Journals of Hydraulic Research. — 1999. — Vol. 35, № 4. — P. 447–464.

27. Petrov, P. G. Motion of a bed load / P. G. Petrov // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 1991. — Vol. 32, № 5. — P. 717–721.

28. Petrov, A. G. Sediment Transport under Normal and Tangential Bottom Stresses with the Bottom Slope Taken into Account / A. G. Petrov, I. I. Potapov // J. Appl. Mech. Tech. Phys. — 2014. — Vol. 55, № 5. — P. 812–817.

29. Richards, K. J. A numerical model of flow over sand waves in water of finite depth / K. J. Richards, P. A. Taylor // Geophys. J. Int. — 1981. — Vol. 65. — P. 103–128.

30. The Numerical Simulation of Shallow Water: Estimation of the Roughness Coefficient on the Flood Stage / S. S. Khrapov, A. V. Pisarev, I. A. Kobelev, A. G. Zhumaliev, E. O. Agafonnikova, A. G. Losev, A. V. Khoperskov // Advances in Mechanical Engineering. — 2013. — Vol. 2013. — Article ID: 787016. — DOI: https://doi.org/10.1155/2013/78701

31. Van Rijn, L. C. Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport / L. C. Van Rijn // Journal of Hydraulic Engineering. — 1984. — Vol. 110, № 10. — P. 1431–1456.

32. Venditti, J. G. Bed form initiation from a flat sand bed / J. G. Venditti, M. A. Church, S. J. Bennett // J. Geophys. Res.: Earth Surface. — 2005. — Vol. 110. — Article ID: F01009.

REFERENCES

1. Aksenov S.G. *Vremennye metodicheskie rekomendatsii po raschetu zon pri vnezapnom proryve ograzhdayushchikh damb khvostokhranilishch* [Temporary Guidelines for the Calculation of Zones in Case of a Sudden Breakthrough of the Tailing Dams]. Belgorod, VIOGEM Publ., 1981. 25 p.

2. Bulatov O.V., Elizarova T.G. Regulyarizovannye uravneniya melkoy vody i effektivnyy metod chislennogo modelirovaniya techeniy v neglubokikh vodoemakh [Regularized Shallow Water Equations and an Efficient Method for Numerical Simulation of Shallow Water Flows]. *Zhurn. vychisl. matem. i matem. fiz.* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2011, vol. 51, no. 1, pp. 170-184.

3. Bulatov O.V., Elizarova T.G. Regulyarizovannye uravneniya melkoy vody dlya chislennogo modelirovaniya techeniy s podvizhnoy beregovoy liniey [Regularized Shallow Water Equations for Numerical Simulation of Flows with a Moving Shoreline]. *Zhurn. vychisl. matem. i matem. fiz.* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2016, vol. 56, no. 4, pp. 665-684.

4. Veksler A.B. Vliyanie formy chastits nanosov na ikh gidravlicheskie kharakteristiki [Influence of the Shape of Sediment Particles on Their Hydraulic Characteristics]. *Izvestiya VNIIG im. B.E. Vedeneeva*, 1982, vol. 154, pp. 52-58.

5. Veksler A.B., Donenberg V.M. *Rekomendatsii po prognozu transformatsii rusla v nizhnikh befakh gidrouzlov — SO 34.21.204-2005* [Recommendations for the Forecast of Channel Transformation in the Downstream of Hydroelectric Facilities]. Saint Petersburg, OAO «VNIIG im. B.E. Vedeneeva» Publ., 2006. 102 p.

6. Debolskiy V.K., Zaydler R., Massel S. *Dinamika ruslovykh potokov i litodinamika pribrezhnoy zony morya* [Dynamics of Channel Flows and Lithodynamics of the Coastal Zone of the Sea]. Moscow, Nauka Publ., 1994. 302 p.

7. Karaushev A.V. *Rechnaya gidravlika* [River Hydraulics]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1969. 418 p.

8. Katolikova N.I. *Dobycha nerudnykh stroitelnykh materialov v vodnykh obyektakh. Uchet ruslovogo protsessa i rekomendatsii po proektirovaniyu i ekspluatatsii ruslovykh karyerov — STO FGBU «GGI» 52.08.31-2012* [Extraction of Non-Metallic Building Materials

in Water Bodies. Accounting for the Channel Process and Recommendations for the Design and Operation of Open Pits]. Saint Petersburg, Globus Publ., 2012. 140 p.

9. Levi I.I. *Dinamika ruslovykh protsessov* [Dynamics of Channel Processes]. Leningrad, Gosenergoizdat, 1957. 252 p.

10. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Sidoryakina V.V., Protsenko S.V., Atayan A.M. Lokalno-dvumernye skhemy rasshchepleniya dlya parallelnogo resheniya trekhmernoy zadachi transporta vzveshennogo veshchestva [Local Two-Dimensional Splitting Schemes for 3d Suspended Matter Transport Problem Parallel Solution]. *Matemat. fizika i kompyuter. modelirovanie*, 2021, vol. 24, no. 2, pp. 38-53. DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.4

11. Zinovev A.T., Marusin K.V., Shibkikh A.A., Shlychkov V.A., Zatinatskiy M.V. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki techeniya i ruslovykh deformatsiy na uchastke r. Ob u g. Barnaula [Mathematical Modeling of Flow Dynamics and Channel Deformations in the Ob Near the City of Barnaul]. *Polzunovskiy vestnik*, 2006, vol. 2, pp. 204-209.

12. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Parallelnaya realizatsiya zadach transporta veshchestv i vosstanovleniya donnoy poverkhnosti na osnove skhem povyshennogo poryadka tochnosti [Parallel Implementation of the Problems of Transport of Substances and Reconstruction of the Bottom Surface Based on Schemes of Higher Order of Accuracy]. *Vychislitelnye metody i programmirovanie: novye vychislitelnye tekhnologii*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 256-267.

13. Potapov I.I., Snigur K.S. O reshenii uravneniya Eksnera dlya dna, imeyushchego slozhnuyu morfologiyu [On the Solution of the Exner Equation for a Bottom with a Complex Morphology]. *Kompyuternye issledovaniya i modelirovanie* [Computer Research and Modeling], 2019, vol. 11, no. 3, pp. 449-461.

14. Khrapov S.S. Parallel CUDA version of the program for modeling the self-consistent dynamics of surface water and sediment. Patent 2021680175, stated. 03 December 2021, publ. 07 December 2021.

15. Khrapov S.S. Chislennoe modelirovanie samosoglasovannoy dinamiki poverkhnostnykh i gruntovykh vod [Numerical Modeling of Self-Consistent Dynamics of Surface and Ground Waters]. *Matemat. fizika i kompyuter. modelirovanie*, 2021, vol. 24, no. 3, pp. 45-62. DOI: https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.3.5

16. Khrapov S.S., Khoperskov A.V., Kuzmin N.M., Pisarev A.V., Kobelev I.A. Chislennaya skhema dlya modelirovaniya dinamiki poverkhnostnykh vod na osnove kombinirovannogo SPH-TVD-podkhoda [Numerical Scheme for Modeling the Dynamics of Surface Waters Based on the Combined SPH-TVD Approach]. *Vychislitelnye metody i programmirovanie: novye vychislitelnye tekhnologii*, 2011, vol. 12, no. 1, pp. 282-297.

17. Alan G.D., Peter D.Th. Advances in the Study of Moving Sediments and Evolving Seabeds. *Surveys in Geophysics January*, 2008, vol. 29, no. 1, pp. 1-36.

18. Dyakonova T., Khoperskov A., Khrapov S. Numerical Model of Shallow Water: The Use of NVIDIA CUDA Graphics Processors. *Communications in Computer and Information Science*, 2016, vol. 687, article ID: 11. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-55669-7_11

19. Exner F.M. Uber Die Wechselwirkung Zwischen Wasser und Geschiebe in Flussen Sitzungsber. *Akad. Wiss. Wien, Math. Naturwiss. Kl. Abt. 2A*, 1925, vol. 134, pp. 165-180.

20. Harten A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *J. Comput. Phys.*, 1983, vol. 49, pp. 357-393.

21. Harten A., Lax P., van Leer B. On Upstream Differencing and Godunov Type Methods for Hyperbolic Conservation Laws. *SIAM review*, 1983, vol. 25, pp. 35-61.

22. Jayaratne R., Takayama Y., Shibayama T. Applicability of Suspended Sediment Concentration Formulae to Large-Scale Beach Morphological Changes. *Engineering Proceedings*, 2012, vol. 1, no. 33, pp. 57.

23. Khrapov S.S., Khoperskov A.V. Application of Graphics Processing Units for Self-Consistent Modelling of Shallow Water Dynamics and Sediment Transport. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2020, vol. 41, pp. 1475-1484.

24. Liu X., Garcia M. Numerical Investigation of Seabed Respone under Waves with Free-Surface Water Flow. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 2007, vol. 17,

no. 2, pp. 97-104.

25. Lu C.N., Qiu J.X., Wang R.Y. A Numerical Study for the Performance of the WENO Schemes Based on Different Numerical Fluxes for the Shallow Water Equations. *Journal of Computational Mathematics*, 2010, vol. 28, no. 6, pp. 807-825.

26. Mead T.C. An Investigation of the Suitability of Two-Dimensional Mathematical Models for Prediction Sand Deposition in Dredged Trenches Across Estuaries. *Journals of Hydraulic Research*, 1999, vol. 35, no. 4, pp. 447-464.

27. Petrov P.G. Motion of a Bed Load. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 1991, vol. 32, no. 5, pp. 717-721.

28. Petrov A.G., Potapov I.I. Sediment Transport under Normal and Tangential Bottom Stresses with the Bottom Slope Taken Into Account. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2014, vol. 55, no. 5, pp. 812-817.

29. Richards K.J., Taylor P.A. A Numerical Model of Flow over Sand Waves in Water of Finite Depth. *Geophys. J. Int*, 1981, vol. 65, pp. 103-128.

30. Khrapov S.S., Pisarev A.V., Kobelev I.A., Zhumaliev A.G., Agafonnikova E.O., Losev A.G., Khoperskov A.V. The Numerical Simulation of Shallow Water: Estimation of the Roughness Coefficient on the Flood Stage. *Advances in Mechanical Engineering*, 2013, vol. 2013, article ID: 787016. DOI: https://doi.org/10.1155/2013/78701

31. Van Rijn L.C. Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1984, vol. 110, no. 10, pp. 1431-1456.

32. Venditti J.G., Church M.A., Bennett S.J. Bed Form Initiation From a Flat Sand Bed. *J. Geophys. Res.: Earth Surface*, 2005, vol. 110, article ID: F01009.

NUMERICAL MODELING OF SELF-CONSISTENT DYNAMICS OF SHALLOW WATERS, TRACTION AND SUSPENDED SEDIMENTS: I. INFLUENCE OF COMMERCIAL SAND MINING ON THE SAFETY OF NAVIGATION IN THE CHANNEL OF THE VOLGA RIVER

Sergey S. Khrapov

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
khrapov@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0003-2660-2491
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Ekaterina O. Agafonnikova

Associate Professor, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
agafonnikova@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-2862-4531
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Anna Yu. Klikunova

Senior Lecturer, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
klikunova@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-4055-4601
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Viktor P. Radchenko

Senior Lecturer, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
viktor.radchenko@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-3786-3884
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Evgeniy V. Baskakov

Assistant, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
e.v.baskakov@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0003-2296-3740
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Egor S. Savin

Assistant, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
e.s.savin@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-7915-121X
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Ilya S. Makoveev

Assistant, Department of Information Systems and Computing Modeling,
Volgograd State University
i.s.makoveev@volsu.ru
https://orcid.org/0000-0002-8037-3514
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Nikita S. Khrapov

Learner 11 "A" class,
Municipal educational institution
"Lyceum No. 11 of Voroshilovsky district of Volgograd"
nikisheiker@mail.ru
Eletskaya St, 9B, 400120 Volgograd, Russian Federation

Abstract. A mathematical model of the joint dynamics of shallow waters, entrained and suspended sediments is constructed, which takes into account nonlinear fluid dynamics and bottom deformations. The dynamics of shallow waters is described by the Saint-Venant equations taking into account the spatially inhomogeneous distribution of the terrain. The transport of entrained sediments is described by the Exner equation generalized to the case of an inhomogeneous distribution of the parameters of the underlying surface. The dynamics of suspended sediments is described by the transport equation, which includes convective transport by water flow and the process of diffusion of the suspension in the liquid layer. For numerical integration of the Saint-Venant, Exner equations and suspended sediment dynamics, a stable and well-tested CSPH-TVD method

of the second order of accuracy is used, the parallel CUDA algorithm of which is implemented in the form of a software package «EcoGIS-Simulation» for high-performance computing on supercomputers with graphics coprocessors (GPU). The conditions for the development of a quarry of non-metallic building materials (NSM) located at the mouth of the Partridge Volozhka of the Volga-Akhtuba floodplain on the 2549–2550 km section of the Volga River are considered. To study the safety of navigation from the lower reaches of the Volga hydroelectric dam to the entrance to the VDSK, numerical hydrodynamic modeling of the dynamics of channel processes in this section of the Volga River was carried out. Based on the results of mathematical modeling of the joint dynamics of surface waters, entrained and suspended sediments in the riverbed of the Volga River, it is concluded that the development of the NSM quarry considered in the work does not significantly affect the safety of navigation both along the main ship course "The lower reaches of the Volga hydroelectric dam — VDSK" and on additional — "Volgograd zaton" and "Volozhka Partridge".

Key words: hydrodynamics of surface waters, shallow water model, entrained and suspended sediments, numerical modeling, CSPH-TVD method, parallel computing, CUDA algorithm, supercomputers with GPU.