



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.4.4>

УДК 537.867  
ББК 22.652

Дата поступления статьи: 21.08.2023  
Дата принятия статьи: 05.10.2023

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФРАКЦИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ СОЛНЕЧНЫХ РАДИОВСПЛЕСКОВ В ВОЗМУЩЕННОЙ КОРОНЕ<sup>1</sup>

**Дмитрий Сергеевич Лукьянцев**

Преподаватель кафедры радиофизики и радиоэлектроники,  
Иркутский государственный университет  
[smeofsl997@mail.ru](mailto:smeofsl997@mail.ru)  
<https://orcid.org/0000-0001-8649-4387>  
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

**Николай Тихонович Афанасьев**

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
радиофизики и радиоэлектроники,  
Иркутский государственный университет  
[spacemaklay@gmail.com](mailto:spacemaklay@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>  
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

**Андрей Борисович Танаев**

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры  
общей и экспериментальной физики,  
Иркутский государственный университет  
[tanaev.ab@yandex.ru](mailto:tanaev.ab@yandex.ru)  
<https://orcid.org/0000-0002-9217-8185>  
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

**Станислав Олегович Чудаев**

Аспирант,

Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения РАН

ch45st@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-9699-8420>

ул. Лермонтова, 126а, 664033 г. Иркутск, Российская Федерация

**Аннотация.** Для оценки влияния солнечной короны на траекторные характеристики и пространственное ослабление низкочастотных солнечных радиовсплесков предложен аппарат численно-аналитического моделирования. Ключевой функцией аппарата является численное интегрирование системы лучевых дифференциальных уравнений, дополненной уравнениями для расчета лучевой расходимости. В качестве моделей диэлектрической проницаемости среды используются аналитические модели корональной плазмы. Для тестирования вычислений получены точные решения для простой модели. Сравнение результатов численных и аналитических расчетов показало высокую точность численного интегрирования. Предложенный аппарат моделирования использован для анализа рефракционных характеристик низкочастотных солнечных радиовсплесков в возмущенных гелиофизических условиях. Выявлены особенности распространения радиовсплесков в присутствии коронального выброса массы (КВМ). Показано, что при залимбовом расположении источника радиовсплеска в определенном секторе начальных углов излучения происходит значительное увеличение пути распространения радиоизлучения. Такой эффект возникает вследствие волноводного механизма распространения радиоизлучения в канале, образующемся в полости КВМ. Выполнены расчеты пространственного ослабления залимбового радиовсплеска для различных параметров моделей КВМ и корональной плазмы. Присутствие в короне возмущения обедненной концентрации способствует прохождению низкочастотного радиовсплеска от залимбового источника на орбиту Земли, который может быть зарегистрирован наземными средствами наблюдений. Численно-аналитическое моделирование показало, что залимбовые низкочастотные радиовсплески полезны для диагностики солнечной короны и оценки параметров КВМ.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, лучевое приближение, дифференциальные уравнения, аналитическое решение, солнечная корона, низкочастотное радиоизлучение, корональный выброс массы.

**Введение**

Как известно [1–6; 8; 9], конструктивный анализ данных наземных и орбитальных наблюдений структуры радиовсплесков солнечных источников, расположенных во внутренних областях короны, требует учета влияния околосолнечной плазмы. Наиболее существенно это влияние на распространение всплесков метрового и декаметрового диапазонов. При интерпретации структуры наблюдаемых низкочастотных всплесков необходимо принимать во внимание эффекты рефракции волн в околосолнечной

плазме. Расчет воздействия плазмы на транспорт радиовсплесков можно проводить в приближении геометрической оптики [7]. В работе [3] на основе закона Снеллиуса и кусочно-линейной аппроксимации траектории луча была сделана приближенная оценка влияния коронального выброса массы (КВМ) из активных областей вблизи солнечного лимба на распространение радиоизлучения из залимбовой области. В настоящей работе на основе численного и аналитического решения уравнений геометрической оптики в форме Эйлера проведен анализ характеристик солнечного низкочастотного радиоизлучения, прошедшего через возмущенную корону.

Целью работы является создание аппарата численно-аналитического моделирования траекторных характеристик и рефракционного ослабления потока энергии низкочастотных радиовсплесков солнечных источников для решения задач диагностики корональной плазмы по данным просвечивания.

### 1. Основные теоретические соотношения

Диэлектрическая проницаемость возмущенной солнечной короны представлялась в виде суммы:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \tag{1}$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость спокойной короны;  $\varepsilon_1$  — возмущение. Для функции  $\varepsilon_0$  использовалась модель:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left(\frac{f_{pe}}{f}\right)^2, \tag{2}$$

где  $f$  — частота излучения;  $f_{pe}$  — плазменная частота, связанная с профилем электронной концентрации короны  $N_e$  соотношением:

$$f_{pe}^2 = 80.6 \cdot 10^6 N_e. \tag{3}$$

Для описания невозмущенной короны использовалась функция вида:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left(\frac{f_{pe0}}{f}\right)^2 \left(\frac{R_m}{R}\right)^2, \tag{4}$$

где  $f_{pe0}$  — плазменная частота уровня  $R_m = 5R_s$  ( $R_s$  — радиус Солнца). Для коронального возмущения типа КВМ рассматривалась модель:

$$\varepsilon_1 = A \left(\frac{f_{pe0}}{f}\right)^2 \exp[-b_\varphi(\varphi - \varphi_L)^2 - b_R(R - R_L)^2], \tag{5}$$

где  $A, \varphi_L, R_L, b_\varphi, b_R$  — соответственно интенсивность возмущения, координаты точки локализации и масштабы КВМ.

Расчеты траекторных характеристик низкочастотного радиоизлучения солнечного источника при распространении через корону выполнялись с помощью системы лучевых дифференциальных уравнений в форме Эйлера [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta; \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= \frac{1}{2\varepsilon} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} \right), \end{aligned} \tag{6}$$

где  $R(\varphi)$ ,  $\varphi$  — соответственно радиальная и угловая координаты луча;  $\beta(\varphi)$  — угол рефракции луча.

Для расчета пространственной расходимости низкочастотного радиоизлучения солнечного источника система лучевых уравнений (6) была продифференцирована по угловому прицельному параметру  $\beta_n$ :

$$\begin{aligned} \frac{dR'}{d\varphi} &= R' \operatorname{ctg} \beta - \frac{R\beta'}{\sin^2 \beta}; \\ \frac{d\beta'}{d\varphi} &= \frac{1}{2\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \varphi \partial R} R' \operatorname{ctg} \beta - \frac{\beta'}{\sin^2 \beta} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} - R' \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} - RR' \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial R^2} \right) - \\ &\quad - \frac{R'}{2\varepsilon^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \varepsilon}{\partial R} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $R' = \frac{\partial R}{\partial \beta_n}$ ;  $\beta' = \frac{\partial \beta}{\partial \beta_n}$ .

Фактор фокусировки в приближении геометрической оптики определялся путем вычисления соотношения:

$$I = \log \left| \frac{\sin \beta_n R_0(\varphi_0) \varphi_0}{\sin \varphi \sin \beta(\varphi) R(\varphi) R'(\varphi)} \right|, \quad (8)$$

где  $R_0(\varphi_0)$ ,  $\varphi_0$  — радиальная и угловая координата луча в свободном пространстве, то есть при  $\varepsilon = 1$ .

## 2. Тестирование алгоритма расчета

До уверенной интерпретации результатов математического моделирования на основе (6)–(8) проводилось тестирование алгоритма расчета с помощью аналитических решений. Для простой модели диэлектрической проницаемости короны определялись точные решения уравнений (6), (7). При этом модельное выражение (4) было записано в виде:

$$\varepsilon_0 = 1 - \left( \frac{\alpha}{R^2} \right), \quad (9)$$

где  $\alpha = \left( \frac{f_{pe0}}{f} \right)^2 R_m^2$ .

Использовался закон Снеллиуса для слоистой среды (4):

$$\varepsilon_0 R^2 \sin^2 \beta = \varepsilon_n R_n^2 \sin^2 \beta_n, \quad (10)$$

где  $R_n$  — радиальная координата источника;  $\varepsilon_n$  — диэлектрическая проницаемость при  $R = R_n$ . Первое уравнение системы (6) было преобразовано к виду:

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \frac{\sqrt{R^2 \varepsilon_0 - R_n^2 \varepsilon_n \sin^2 \beta_n}}{R_n \sqrt{\varepsilon_n} \sin \beta_n}. \quad (11)$$

Интегрирование (11) дает:

$$R(\varphi) = \frac{A}{C(\varphi)}, \quad (12)$$

где  $C(\varphi) = \cos(\frac{A}{B}\varphi + \arccos(\frac{A}{R_n}))$ ;  $A = \sqrt{\alpha \cos^2 \beta_n + R_n^2 \sin^2 \beta_n}$ ;  $B = \sqrt{\varepsilon_n} R_n \sin \beta_n$ .

Решение  $R(\varphi)$  использовалось для определения функции  $\beta(\varphi)$  путем преобразования первого уравнения системы (6):

$$\beta(\varphi) = \operatorname{arccctg}\left(\frac{1}{R(\varphi)} \frac{dR(\varphi)}{d\varphi}\right). \quad (13)$$

В результате для угла рефракции было получено решение:

$$\beta(\varphi) = \operatorname{arccctg}\left(\frac{A}{B}T(\varphi)\right), \quad (14)$$

где  $T(\varphi) = \operatorname{tg}\left(\frac{A}{B}\varphi + \arccos\left(\frac{A}{R_n}\right)\right)$ .

Решения для функций  $R'(\varphi)$  и  $\beta'(\varphi)$  определялись путем дифференцирования (12), (14) по угловому прицельному параметру  $\beta_n$ :

$$\begin{aligned} R'(\varphi) &= \frac{B \operatorname{ctg} \beta_n}{A C(\varphi)} (B - AT(\varphi) (\frac{\alpha}{B^2}\varphi + \operatorname{tg} \beta_n)); \\ \beta'(\varphi) &= \frac{B^2 \operatorname{ctg} \beta_n}{(A^2 - \alpha(C(\varphi))^2)} (\frac{\alpha}{B^2}\varphi + \operatorname{tg} \beta_n + \frac{\alpha}{AB}S(\varphi)C(\varphi)), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $S(\varphi) = \sin(\frac{A}{B}\varphi + \arccos(\frac{A}{R_n}))$ .

Результаты расчетов для функций  $R(\varphi)$ ,  $\beta(\varphi)$ ,  $R'(\varphi)$ ,  $\beta'(\varphi)$ , найденных с помощью численного интегрирования и по аналитическим формулам (12), (14) и (15), представлены на рисунке 1. Расчеты выполнены при  $f_{pe0} = 15 \text{ МГц}$ .

Нетрудно заметить, что кривые, полученные путем численных и аналитических расчетов, практически совпадают, что свидетельствует о высокой точности вычислительного алгоритма. Моделирование показало, что порядок расхождения кривых на рисунке 1 составляет в среднем  $10^{-6} \text{ rad}$  и  $1-10 \text{ км}$ .

### 3. Результаты математического моделирования и их обсуждение

Для солнечной радиофизики в настоящее время большой интерес представляет задача распространения радиоизлучения залимбовых источников в возмущенной короне. С помощью предложенного аппарата было проведено моделирование влияния короны и КВМ на траекторные характеристики и рефракционное ослабление потока энергии залимбовых радиовсплесков в частотном диапазоне [25; 70] МГц. Расчеты выполнялись для углов  $\beta_n$  в диапазоне  $[-1, 26; -0, 94] \text{ rad}$ . Задавались краевые условия:  $R(\varphi = 0) = R_n = 10 R_s$ ;  $R_k(\varphi = \varphi_k) = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$ . Параметры КВМ взяты:  $A = 1,7$ ;  $R_L = 5 R_s$ ;  $\varphi_L = 1,3 \text{ rad}$ ;  $b_R = 0,15 R_s$ ;  $b_\varphi = 0,6 \text{ rad}$ . Геометрия задачи представлена на рисунке 2.

Результаты расчетов траекторных характеристик залимбового радиовсплеска представлены на рисунках 3, 4. Для наглядности на каждой иллюстрации приведены траектории и углы рефракции радиовсплеска в свободном пространстве, в спокойной и возмущенной короне.

Сравнение расчетных кривых показывает, что появление КВМ в околосолнечной плазме приводит к заметному искажению траекторий радиовсплесков. Из рисунка 3а

следует, что изменение траекторий связано с распространением низкочастотного радиоизлучения непосредственно в полости КВМ. Более отчетливо это проявляется в зависимости от угла рефракции, представленной на рисунке 4а, где образование немонотонности характеризует попадание излучения в полость КВМ и выход из нее. В другом случае (рис. 3б и 4б) приведены результаты расчетов траекторных характеристик радиовсплеска более высокой частоты, который глубже проникает в корону.

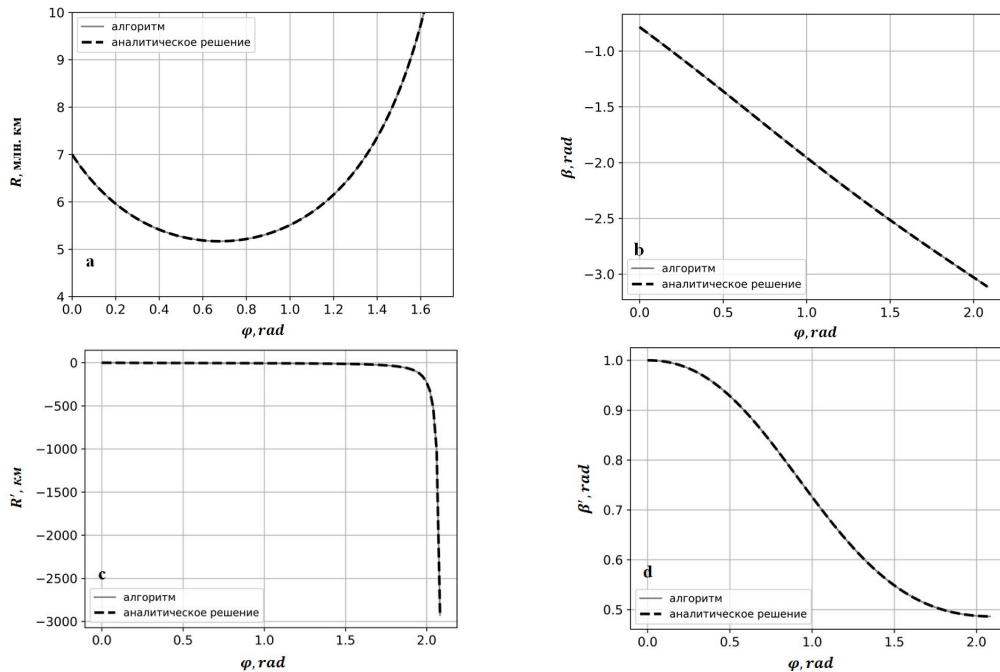


Рис. 1. Результаты численных и аналитических расчетов траекторных характеристик солнечного радиоизлучения в невозмущенной короне:  
**a** —  $R(\varphi)$ ; **b** —  $\beta(\varphi)$ ; **c** —  $R'(\varphi)$ ; **d** —  $\beta'(\varphi)$

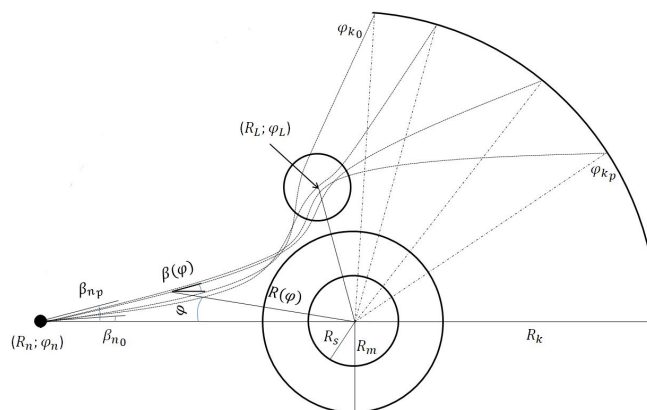


Рис. 2. Геометрия задачи.  $(R_n, \varphi_n)$  — координаты залимбового источника радиоизлучения относительно центра Солнца;  $R_k$  — расстояние до приемника;  
 $(R_L, \varphi_L)$  — координаты центра КВМ;  
 $[\varphi_{k_0}; \varphi_{k_p}]$  — возможное расположение приемника на орбите Земли;  
 $[\beta_{n_0}; \beta_{n_p}]$  — диапазон начальных углов излучения;  $R_m = 5R_s$

Влияние спокойной и возмущенной короны на пространственную расходимость залимбового радиовсплеска было проанализировано по данным моделирования на основе (6)–(8). Полученные результаты представлены на рисунке 5.

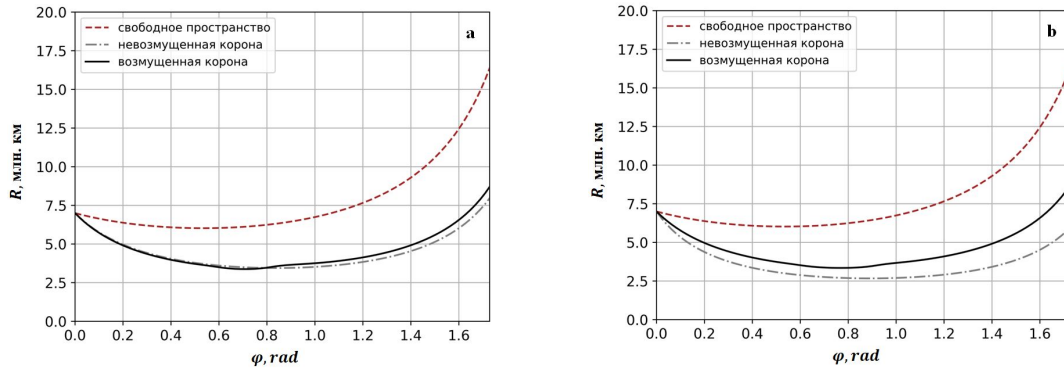


Рис. 3. Траектории распространения радиоизлучения залимбового источника на частотах 25 МГц (а) и 30 МГц (б)

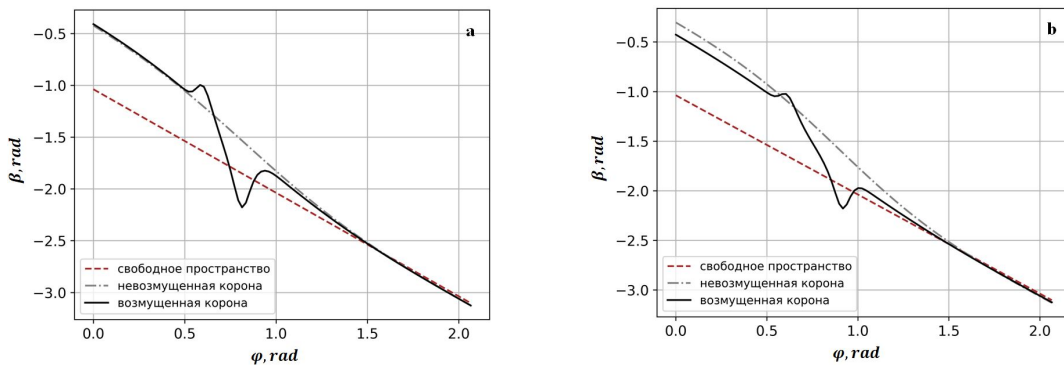


Рис. 4. Углы рефракции залимбового радиовсплеска на частотах 25 МГц (а) и 30 МГц (б)

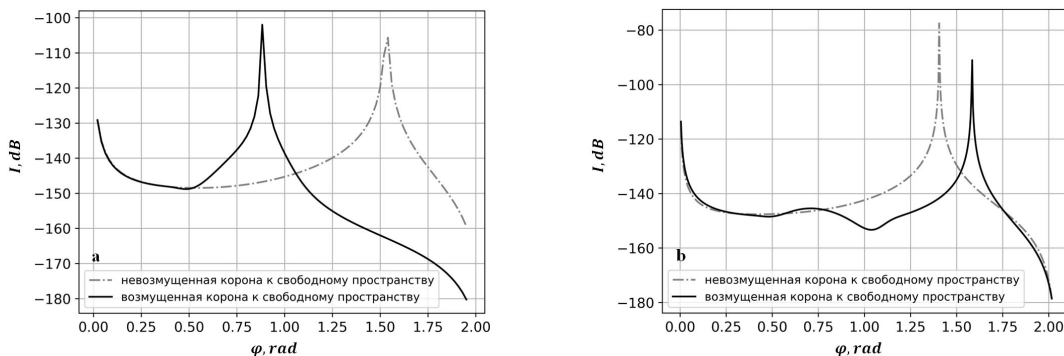


Рис. 5. Рефракционное ослабление потока энергии залимбового радиовсплеска в спокойной и возмущенной короне для частот излучения 25 МГц (а) и 30 МГц (б)

Анализ влияния корональной плазмы на распространение низкочастотных радиовсплесков также был проведен с помощью синтеза дистанционно-частотных характери-

стик (ДЧХ) (рис. 6). Рассматривался диапазон углов  $\beta_n \in [-0, 76; -0, 31] \text{ rad}$  для частот радиоизлучения  $f \in [25; 70] \text{ МГц}$ . В первом случае (рис. 6а), в условиях спокойной короны, ДЧХ монотонна и заметно ослабление влияния короны с ростом частоты излучения. В другом случае (рис. 6б), в присутствии КВМ, для определенного диапазона частот на ДЧХ появляется область немонотонности. Если учесть, что при заданных краевых условиях задачи максимальный угол  $\varphi_k$ , при котором источник радиоизлучения находится в прямой видимости, равен  $\approx 2,6 \text{ rad}$ , то для рассматриваемого случая диапазон частот излучения  $f \in [30; 45] \text{ МГц}$  относится к залимбовому радиовсплеску.

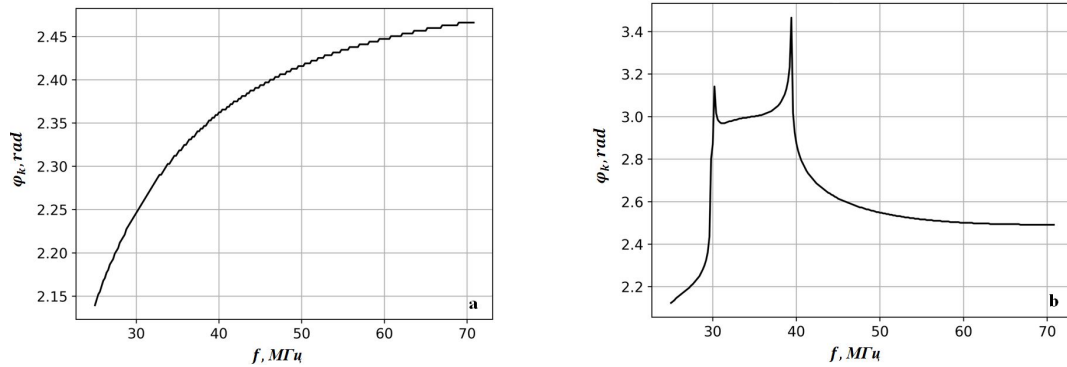


Рис. 6. Дистанционно-частотные характеристики низкочастотного радиоизлучения для начальных углов излучения  $\beta_n$ :  $-0, 58 \text{ rad}$  (а) и  $-0, 45 \text{ rad}$  (б)

В целом рефракционный механизм распространения низкочастотных радиовсплесков в возмущенной короне существенно зависит от соотношений параметров короны, КВМ и частоты излучения. На рисунках 7, 8 приведены результаты расчетов более сложной картины изменений траекторных характеристик и фактора фокусировки залимбового радиовсплеска на частоте  $f = 35 \text{ МГц}$ . Наличие области обедненной плазмы КВМ приводит к волноводному распространению излучения. Сложный процесс рефракции радиовсплеска проявляется на кривой пространственного ослабления потока энергии по отношению к случаю распространения волн в свободном пространстве (рис. 8). Образование нескольких областей роста фактора фокусировки указывает на формирование областей многолучевости, которую необходимо учитывать при интерпретации структуры залимбовых радиовсплесков в пунктах наблюдения.

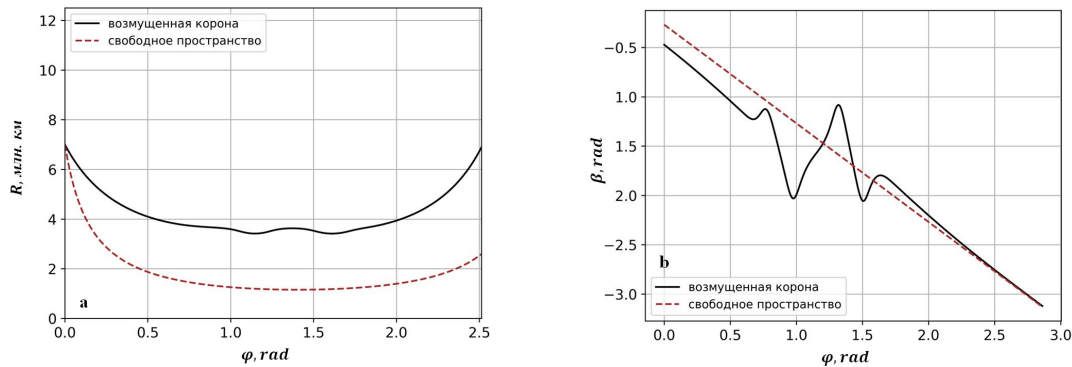


Рис. 7. Траектории (а) и углы рефракции (б) радиоизлучения залимбового источника ( $f = 35 \text{ МГц}$ )



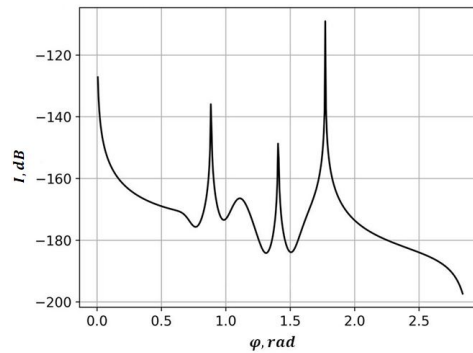


Рис. 8. Рефракционное ослабление потока энергии залимбового радиовсплеска в возмущенной короне по отношению к случаю распространения волн в свободном пространстве ( $f = 35 \text{ МГц}$ )

### Заключение

Предложен аппарат численно-аналитического моделирования для оценки влияния короны Солнца на рефракционные характеристики низкочастотного радиоизлучения солнечных источников. В основу аппарата положена система лучевых дифференциальных уравнений в форме Эйлера, дополненная уравнениями для расчета лучевой расходимости, и аналитические модели диэлектрической проницаемости плазмы. Получено строгое аналитическое решение системы для простой модели диэлектрической проницаемости короны. Проведенное тестирование численной схемы расчета показало высокую точность работы алгоритма. Представлены результаты численно-аналитического моделирования траекторных характеристик и пространственной расходимости залимбовых низкочастотных радиовсплесков в спокойных и возмущенных гелиофизических условиях. Выявлены особенности распространения радиовсплесков в присутствии КВМ. Показано, что существует частотный диапазон излучения, в котором возможен волноводный механизм распространения залимбовых солнечных радиовсплесков в полости КВМ. Вышедшее из волновода низкочастотное радиоизлучение может быть зарегистрировано на Земле. Численно-аналитическое моделирование траекторных характеристик и рефракционного ослабления потока энергии всплесков показало, что залимбовые источники низкочастотного радиоизлучения могут выступать в качестве естественных зондов для мониторинга крупномасштабных корональных возмущений.

### ПРИМЕЧАНИЕ

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2020-0024, FZZE-2023-0004), с использованием УНУ «Астрофизический комплекс МГУ-ИГУ» (договор EB-075-15-2021-675).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефимов, А. И. Исследование плазменных образований сверхкороны Солнца методом радиозондирования / А. И. Ефимов, В. К. Рудаш // Зарубежная радиоэлектроника. — 2002. — № 9. — С. 28–30.

2. Лукьянцев, Д. С. Математическое моделирование рефракционных эффектов при распространении радиоволн в возмущенной околосолнечной плазме / Д. С. Лукьянцев // Труды XVII Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом»: Секция С. Диагностика естественных неоднородных сред и математическое моделирование. — Иркутск : Ред.-издат. отд. ИСЗФ СО РАН, 2022. — С. 373–375.

3. Станиславский, А. А. Роль эффектов распространения радиоволн в солнечной короне для интерпретации залимбовых всплесков / А. А. Станиславский // *Radio Physics and Radio Astronomy*. — 2016. — Vol. 21, №. 1. — P. 3–13.

4. An Unusual Solar Burst Ddecameter Wave-Length. 1. Observations / A. I. Brazhenko, V. N. Melnik, A. A. Konovalenko, V. V. Dorovskyy, A. V. Frantsuzenko, H. O. Rucker, M. I. Panchenko, A. A. Stanislavsky // *Radio Physics and Radio Astronomy*. — 2012. — № 2 (17). — P. 90–105.

5. An Unusual Solar Burst Decameter Vawe-Length. 2. Interpretation / A. I. Brazhenko, V. N. Melnik, A. A. Konovalenko, V. V. Dorovskyy, A. V. Frantsuzenko, H. O. Rucker, M. I. Panchenko, A. A. Stanislavsky // *Radio Physics and Radio Astronomy*. — 2012. — № 3 (17). — P. 199–206.

6. Chudaev, S. O. Diagnostic of CME Cavity Using Data of Multiwave Measurements of Behind-the-Limb Solar Radio Bursts / S. O. Chudaev, N. T. Afanasiev, D. S. Lukyantsev // *St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics*. — 2023. — № 1.2 (16). — P. 383–388.

7. Kravtsov, Yu. A. Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium / Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov. — Berlin : Springer-Verlag, 1990. — 312 p.

8. Owen, C. J. The Solar Orbiter Solar Wind Analyser (SWA) Suite / C. J. Owen [et.al.] // *A & A*. — 2020. — № 642. — Article ID: A16.

9. Parker Solar Probe Detects Solar Radio Bursts Related with a Behind-the-Limb Active Region / A. A. Stanislavsky, I. N. Bubnov, A. A. Koval, S. N. Yerin // *A & A*. — 2021. — Vol. 657. — Article ID: A21. — DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141984>

## REFERENCES

1. Efimov A.I., Rudash V.K. Issledovanie plazmennyykh obrazovaniy sverkhkorony Solntsa metodom radiozondirovaniya [The Investigation of Plasma Formations of the Solar Super-Crown by Method of Radio-Sounding]. *Zarubezhnaya radioelektronika*, 2002, no. 9, pp. 28-30.

2. Lukyantsev D.S. Matematicheskoe modelirovanie refraktsionnykh effektov pri rasprostraneni radiovoln v vozmushchennoy okolosolnechnoy plazme [Mathematical Modeling of Refraction Effects in Propagation of Radio Waves in Pertured Near-Sun Plasma]. *Trudy XVII Konferentsii molodykh uchenykh «Vzaimodeystvie poley i izlucheniya s veshchestvom»: Sektsiya S. Diagnostika estestvennykh neodnorodnykh sred i matematicheskoe modelirovanie*. Irkutsk, Red.-izdat. отд. ISZF SO РАН, 2022, pp. 373-375.

3. Stanislavskiy A.A. Rol effektov rasprostraneniya radiovoln v solnechnoy korone dlya interpretatsii zalimbovykh vpleskov [The Role of Radio Wave Propagation Effects in the Solar Corona to Interpret the Behind-Limb Bursts]. *Radio Physics and Radio Astronomy*, 2016, vol. 21, no. 1, pp. 3–13.

4. Brazhenko A.I., Melnik V.N., Konovalenko A.A., Dorovskyy V.V., Frantsuzenko A.V., Rucker H.O., Panchenko M.I., Stanislavsky A.A. An Unusual Solar Burst Ddecameter Wave-Length. 1. Observations. *Radio Physics and Radio Astronomy*, 2012, no. 2 (17), pp. 90-105.

5. Brazhenko A.I., Melnik V.N., Konovalenko A.A., Dorovskyy V.V., Frantsuzenko A.V., Rucker H.O., Panchenko M.I., Stanislavsky A.A. An Unusual Solar Burst Decameter Vawe-Length. 2. Interpretation. *Radio Physics and Radio Astronomy*, 2012, no. 3 (17), pp. 199-206.

6. Chudaev S.O., Afanasiev N.T., Lukyantsev D.S. Diagnostic of CME Cavity Using Data of Multiwave Measurements of Behind-the-Limb Solar Radio Bursts. *St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics*, 2023, no. 1.2 (16), pp. 383-388.

7. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium*. Berlin, Springer-Verlag, 1990. 312 p.

8. Owen C.J. [et.al.] The Solar Orbiter Solar Wind Analyser (SWA) Suite. *A & A*, 2020, no. 642, article ID: A16.

9. Stanislavsky A.A., Bubnov I.N., Koval A.A., Yerin S.N. Parker Solar Probe Detects Solar Radio Bursts Related with a Behind-the-Limb Active Region. *A & A*, 2021, vol. 657, article ID: A21. DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141984>

**NUMERICAL-ANALYTICAL MODELING OF REFRACTION  
OF THE LOW-FREQUENCY SOLAR RADIO-BURSTS  
IN PERTURBED CROWN**

**Dmitriy S. Lukyantsev**

Lecturer, Department of Radiophysics and Radioelectronics,  
Irkutsk State University  
cmeofs1997@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-8649-4387>  
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

**Nikolay T. Afanasiev**

Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor,  
Department of Radiophysics and Radioelectronics,  
Irkutsk State University  
spacemaklay@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>  
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

**Andrey B. Tanaev**

Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Assistant Professor,  
Department of General and Experimental Physics,  
Irkutsk State University  
tanaev.ab@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-9217-8185>  
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

**Stanislav O. Chudaev**

Postgraduate Student,  
Institute of Solar-Terrestrial Physics of Siberian Branch  
of the Russian Academy of Sciences  
ch45st@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-9699-8420>  
Lermontova St, 126a, 664033 Irkutsk, Russian Federation

**Abstract.** Instrument of numerical-analytical modeling is offered for estimation of influence of solar crown on the trajectory characteristics and spatial weakening of low-frequency solar radio-bursts. Key function of instrument is numerical integration of the system of light differential equations expanded equations for calculation of beam divergence. Analytical models of coronal plasma are employed as models of dielectric constant of the medium. Precise

solutions for easy model are obtained for testing of calculation. Comparison of results of numerical and analytical calculations demonstrated high accuracy of numerical integration. The offered instrument of numerical-analytical modeling can be used for analyze of the refraction characteristics of the low-frequency solar radio-bursts in perturbed heliophysical conditions. Features of propagation of radio-bursts in presence coronal mass ejection (CME) are identified. It is shown that significant increase of way appears for behind-the-limb localization of source at defined sector of initial angles of radiation. Such effect occurs because of waveguide mechanism of propagation on radio-emission in channel formed in cavity of CME. Calculations of spatial weakening of behind-the-limb radio-burst for various parameters of CME and coronal plasma are performed. The presence of perturbation of low concentration at crown contributes appearance of low-frequency radio-burst of the behind-the-limb source, which can be registered on orbit of Earth by ground-based means of observation. On the basis of numerical-analytical modeling it is shown that the behind-the-limb low-frequency radio-bursts can be used for diagnostics of solar crown and estimation of parameters of CME.

**Key words:** mathematical modeling, light approximation, differential equations, analytical solution, solar crown, low-frequency radio-radiation, coronal mass ejection.