



www.volsu.ru



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2024.2.4>

УДК 537.867

ББК 22.652

Дата поступления статьи: 03.06.2024

Дата принятия статьи: 05.07.2024

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕФРАКЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ¹

Дмитрий Сергеевич Лукьянцев

Преподаватель кафедры радиофизики и радиоэлектроники,
Иркутский государственный университет
smeofs1997@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-8649-4387>
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

Николай Тихонович Афанасьев

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры
радиофизики и радиоэлектроники,
Иркутский государственный университет
spacemaklay@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

Екатерина Игоревна Калашникова

Магистрант,
Иркутский государственный университет
kcalashnikova27@gmail.com
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

Андрей Борисович Танаев

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры
общей и экспериментальной физики,
Иркутский государственный университет
tanaev.ab@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0002-9217-8185>
бульвар Гагарина, 20, 664003 г. Иркутск, Российская Федерация

© Лукьянцев Д.С., Афанасьев Н.Т., Калашникова Е.И., Танаев А.Б., 2024

Аннотация. Для оценки влияния гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения в поле тяготения группы астрофизических объектов используется метод численно-аналитического моделирования. Основу метода составляет численное интегрирование системы лучевых дифференциальных уравнений в форме Эйлера, дополненной дифференциальными уравнениями для расчета статистических моментов боковых отклонений луча в картинной плоскости наблюдателя. Влияние гравитации учтено посредством введения эффективного показателя преломления вакуума, выраженного через гравитационный потенциал. Уравнения для моментов получены в приближении метода возмущений. В качестве модели гравитационного шума использованы представления о пространственной функции корреляции неоднородностей эффективного показателя преломления вакуума. Расчеты эффектов поля тяготения группы объектов проведены в предположении аддитивного вклада поля каждого объекта в общее гравитационное поле. Проведено моделирование рефракционных характеристик электромагнитного излучения для различных конфигураций гравитационного поля. Результаты расчетов представлены в картинной плоскости наблюдателя. Исследованы эффекты замыкания гравитационного линзирования в зависимости от расположения локализованной области гравитационного шума и астрофизических объектов. Показано, что в случае однокомпонентного поля тяготения полное покрытие объекта областью шума приводит к максимальному замыканию эффекта линзирования. Для несимметричного двухкомпонентного поля тяготения, когда один из объектов погружен в область гравитационного шума, выявлены особенности гравитационной фокусировки в зависимости от расположения области шума. Предложенный аппарат моделирования применим как для исследования гравитационного линзирования многокомпонентного поля тяготения в присутствии множества ограниченных областей гравитационного шума, так и в условиях равномерного пространственного распределения стохастических гравитационных неоднородностей. Также он может быть использован для восстановления гравитационных потенциалов неизлучающих (скрытых) объектов по характеристикам принятого электромагнитного излучения удаленных космических источников.

Ключевые слова: моделирование, гравитационное линзирование, гравитационный шум, поле тяготения, лучевое приближение, дифференциальные уравнения, флуктуации.

Введение

Как известно [2; 4; 9; 12; 16], электромагнитное излучение удаленных космических источников в процессе распространения к наблюдателю подвержено влиянию окружающих полей тяготения. В частности, транспорт излучения в окрестности массивных астрофизических объектов может сопровождаться рядом значимых эффектов, таких как гравитационное линзирование, фокусировка потока излучения, изменение наблюдаемого спектра и др. [1; 3; 8; 14]. Измеренные характеристики и структурные особенности космического излучения, прошедшего поля тяготения, содержат уникальную информацию о природе скрытых массивных объектов, невидимых в электромагнитном диапазоне, но

проявляющих себя через гравитационное взаимодействие. Для более точного восстановления возмущающих гравитационных потенциалов скрытых объектов следует принимать во внимание не только воздействие окружающей случайно-неоднородной плазмы [6], но и гравитационный шум (присутствие хаотических неоднородностей полей тяготения), поскольку последний также может приводить к частичному замыванию и маскировке гравитационных эффектов детерминированных массивных объектов. Следует заметить, что окружающая космическая плазма главным образом оказывает воздействие на распространение электромагнитного излучения радиодиапазона. На излучение более высокочастотного диапазона, когда плазма становится прозрачной, основное влияние оказывают хаотические гравитационные неоднородности.

Согласно общей теории относительности (ОТО), задача распространения электромагнитного излучения в искривленном римановом пространстве, связанном с гравитационным объектом, может быть приближенно сведена к задаче распространения излучения в евклидовом пространстве с эффективным показателем преломления вакуума [15]. Полагая, что показатель преломления такой «вакуумной» среды медленно изменяется на длине волны излучения, расчеты рефракционных характеристик электромагнитных волн будем проводить, используя математический аппарат геометрической оптики [5–7; 10; 11].

Целью работы является исследование методом численно-аналитического моделирования влияния гравитационного шума на распространение высокочастотного электромагнитного излучения в поле тяготения группы астрофизических объектов.

1. Метод численно-аналитического моделирования

Для учета хаотических гравитационных неоднородностей в поле тяготения группы астрофизических объектов эффективный показатель преломления вакуума представляется в виде:

$$\tilde{n} = n_0 + \tilde{n}_1, \quad (1)$$

где n_0 связан с регулярной составляющей поля тяготения; \tilde{n}_1 описывает случайные неоднородности показателя преломления, вызванные гравитационным шумом. В рамках ОТО, исключая сильные гравитационные поля, вызванные черными дырами и/или нейтронными звездами, для показателя преломления n_0 используем приближение [1; 12; 15]:

$$n_0 = 1 - \frac{2\Phi(\vec{R})}{c^2}, \quad (2)$$

где c — скорость света; $\Phi(\vec{R})$ — потенциал тяготения, который является решением уравнения Пуассона и имеет вид:

$$\Phi(\vec{R}) = -G \iiint \frac{\sigma(\vec{r}')}{|\vec{R} - \vec{r}'|} d^3r', \quad (3)$$

где G — гравитационная постоянная; $\sigma(\vec{r}')$ — плотность распределения массы. В случае $\sigma(\vec{r}') = \text{const}$ имеем:

$$\Phi(R) = -\frac{GM}{R}, \quad (4)$$

где M — масса объекта.

Подставляя (4) в (2), для регулярного эффективного показателя преломления вакуума n_0 получаем:

$$n_0 = 1 + \frac{2GM}{Rc^2} = 1 + \frac{R_g}{R}, \quad (5)$$

где R_g — гравитационный радиус астрофизического объекта.

Задавая более сложные модели $\sigma(\vec{r})$, с помощью интегрирования (3) в определенных случаях можно получить функциональные зависимости для эффективного показателя преломления вакуума вблизи группы астрофизических объектов. В настоящей работе предполагается, что каждый астрофизический объект вносит аддитивно свой вклад в общий эффективный показатель преломления вакуума, и используется приближенная модель [5; 6; 11]:

$$n_0 = 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i \exp[-b_{Ri}(R - R_{Li})^2 - b_{\varphi i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta i}(\delta - \delta_{Li})^2], \quad (6)$$

где N — количество дополнительных астрофизических объектов, формирующих сложную структуру поля тяготения; $A_i, R_{Li}, \varphi_{Li}, \delta_{Li}, b_{Ri}, b_{\varphi i}, b_{\delta i}$ — соответственно доля вклада в общий показатель преломления, координаты точек локализации и пространственные масштабы i -го объекта.

Расчеты рефракционных характеристик электромагнитного излучения при распространении в поле тяготения группы астрофизических объектов выполнялись с помощью системы стохастических лучевых дифференциальных уравнений в форме Эйлера в сферической системе координат [10]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{R}}{d\varphi} &= \tilde{R} \operatorname{ctg} \tilde{\beta}; \\ \frac{d\tilde{\beta}}{d\varphi} &= (1 + \operatorname{tg}^2 \tilde{\alpha} \sin^2 \tilde{\beta}) \left(\frac{1}{\tilde{n}} \left(\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \tilde{\beta} - \tilde{R} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{R}} \right) - 1 \right); \\ \frac{d\tilde{\delta}}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \tilde{\alpha}; \\ \frac{d\tilde{\alpha}}{d\varphi} &= \frac{1}{\tilde{n}} (1 + \operatorname{ctg}^2 \tilde{\beta} \cos^2 \tilde{\alpha}) \left(\frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{\delta}} - \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \tilde{\alpha} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tilde{R}(\varphi), \tilde{\delta}(\varphi), \varphi$ — соответственно радиальная и угловые координаты луча; $\tilde{\alpha}(\varphi), \tilde{\beta}(\varphi)$ — углы рефракции луча. Начало системы координат совмещено с центром основного гравитирующего объекта. Источник электромагнитного излучения имеет координаты $(R_n; \delta_n; \varphi_n)$, характеризуется угловыми прицельными параметрами в секторах $[\alpha_{n0}; \alpha_{nd}]$ и $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$. На расстоянии R_k формируется картинная плоскость наблюдателя, где отмечаются конечные угловые координаты луча δ_k, φ_k . Следовательно, образуется распределение точек, координаты которых находятся в диапазонах $[\delta_{k0}; \delta_{kd}]$ и $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$. Моделируя распределение точек прихода лучей в картинной плоскости наблюдателя, можно приближенно оценить ослабление электромагнитного излучения космического источника. Полагая, что мощность излученного источником поля $U_0 = 1 \text{ сиеф}$, где сиеф — условная единица измерения, значение полной мощности в окрестности пункта приема будет равно сумме порций $U = \sum U_0/p \text{ сиеф}$, где p — количество лучей. Появление областей сгущения точек прихода лучей в картинной плоскости наблюдателя указывает на

линзирование и фокусировку излучения. При описании сложных гравитационных полей для дополнительных астрофизических объектов задаются координаты положения в пространстве $(R_L; \delta_L; \varphi_L)$. Геометрию задачи на плоскости можно представить следующим образом (рис. 1).

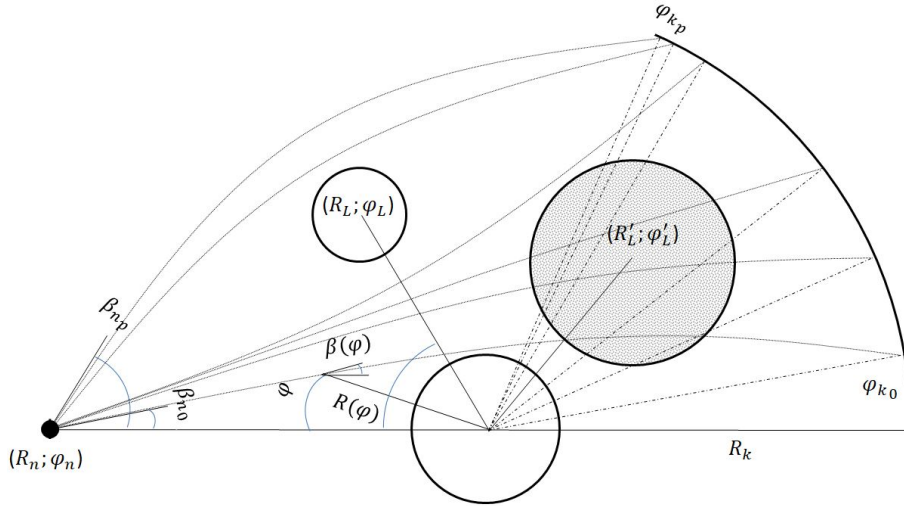


Рис. 1. Геометрия задачи. Вид сбоку. $(R_n; \varphi_n)$ — положение источника электромагнитного излучения относительно центра основного гравитирующего объекта; $(R_L; \varphi_L)$ — координаты дополнительного гравитационного объекта; $(R'_L; \varphi'_L)$ — координаты центра области гравитационного шума; $[\beta_{n0}; \beta_{np}]$ — диапазон угловых прицельных параметров; R_k — расстояние, где формируется картинная плоскость наблюдателя; $[\varphi_{k0}; \varphi_{kp}]$ — диапазон конечных значений угловых координат лучей, дошедших до картинной плоскости

Для расчета влияния случайного гравитационного шума на распространение электромагнитного излучения уравнения (7) были решены методом возмущений при условии $\tilde{n}_1 \ll 1$. Используя разложения $\tilde{R} = R_0 + \tilde{R}_1$; $\tilde{\delta} = \delta_0 + \tilde{\delta}_1$; $\tilde{\beta} = \beta_0 + \tilde{\beta}_1$; $\tilde{\alpha} = \alpha_0 + \tilde{\alpha}_1$, из системы (7) получена система для флуктуаций траекторных характеристик излучения. Для расчетов боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя использовались уравнения на флуктуации $\tilde{\delta}_1$ и $\tilde{\alpha}_1$:

$$\frac{d\tilde{\delta}_1}{d\varphi} = \frac{\tilde{\alpha}_1}{\cos^2 \alpha_0}; \quad (8)$$

$$\frac{d\tilde{\alpha}_1}{d\varphi} = (1 + \text{ctg}^2 \beta_0 \cos^2 \alpha_0) \left(\frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta_0} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \text{tg} \alpha_0 \right).$$

Система (8) была сведена к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2 \tilde{\delta}_1}{d\varphi^2} = P(\varphi) \left(\frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \delta_0} - \frac{\partial \tilde{n}_1}{\partial \varphi} \text{tg} \alpha_0 \right) = T(\varphi), \quad (9)$$

где $P(\varphi) = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + \text{ctg}^2 \beta_0$.

Интегрируя уравнение (9) до расстояния R_k и возводя решение в квадрат, после его усреднения по ансамблю хаотических гравитационных неоднородностей имеем дисперсию боковых отклонений луча в картинной плоскости наблюдателя:

$$\sigma_{\delta}^2 = \left\langle \int_0^{\varphi} \int_0^{\varphi} H(\varphi') H(\varphi'') d\varphi' d\varphi'' \right\rangle, \quad (10)$$

где $H(\varphi') = T(\varphi')(\varphi - \varphi')$; $\langle \dots \rangle$ — знак усреднения.

Далее для простоты предполагалось, что гравитационный шум характеризуется гауссовой корреляционной функцией:

$$\Psi = \gamma \mu_0 \exp \left[- \left(\frac{R'(\varphi') - R''(\varphi'')}{\nu_R} \right)^2 - \left(\frac{\delta'(\varphi') - \delta''(\varphi'')}{\nu_{\delta}} \right)^2 - \left(\frac{\varphi' - \varphi''}{\nu_{\varphi}} \right)^2 \right], \quad (11)$$

где μ_0 , ν_R , ν_{δ} , ν_{φ} — соответственно интенсивность и пространственные радиусы корреляции гравитационного шума, а функция γ описывает его пространственную локализацию. Подставляя функцию корреляции (11) в уравнение (10) и проводя аналитические преобразования, получим выражение:

$$\sigma_{\delta}^2 = \int_0^{\varphi} \int_0^{\varphi} \Psi P(\varphi') P(\varphi'') (\varphi - \varphi') (\varphi - \varphi'') (Y_1 + Y_2 + Y_3) d\varphi' d\varphi'', \quad (12)$$

где $Y_1 = \frac{2}{\nu_{\delta}^2} - \frac{4(\delta' - \delta'')^2}{\nu_{\delta}^4}$; $Y_2 = \frac{8(\delta' - \delta'')(\varphi' - \varphi'')}{\nu_{\delta}^2 \nu_{\varphi}^2} \operatorname{tg} \alpha_0$; $Y_3 = \left(\frac{2}{\nu_{\varphi}^2} - \frac{4(\varphi' - \varphi'')^2}{\nu_{\varphi}^4} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_0$.

Используя метод суммарно-разностных переменных, где $\varphi_0 = (\varphi' + \varphi'')/2$; $\xi = \varphi' - \varphi''$, с дальнейшими аналитическими преобразованиями, из уравнения (12) получаем систему для расчета дисперсии боковых отклонений σ_{δ}^2 лучей, пришедших на картинную плоскость наблюдателя [6]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\delta}^2}{d\varphi} &= \frac{\gamma \mu_0}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left(\frac{DP^2}{Q} + 16 \left(D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_1 - J_2) \right); \\ \frac{dJ_1}{d\varphi} &= P^2; \\ \frac{dJ_2}{d\varphi} &= \varphi P^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $Q = \frac{1}{\nu_{\varphi}^2} + \frac{1}{\nu_{\delta}^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{\nu_R^2} \operatorname{ctg}^2 \beta_0$; $K = \left(\frac{1}{\nu_{\varphi}^2} - \frac{1}{\nu_{\delta}^2} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0$; $D = \frac{1}{\nu_{\delta}^2} + \frac{1}{\nu_{\varphi}^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0$; функции R_0 , δ_0 , α_0 , β_0 — решения системы (7) при $\tilde{n}_1 = 0$, соответствующие средним рефракционным характеристикам луча. В дальнейших расчетах функция локализации гравитационного шума γ задавалась зависимостью:

$$\gamma = \exp[-m_R(R - R'_L)^2 - m_{\varphi}(\varphi - \varphi'_L)^2 - m_{\delta}(\delta - \delta'_L)^2], \quad (14)$$

где R'_L , φ'_L , δ'_L , m_R , m_{φ} , m_{δ} — соответственно координаты центра и масштабы области локализации.

Отображение среднеквадратичных значений боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя позволяет с помощью парциального суммирования оценить статистическое замывание фокусировки излучения вследствие влияния гравитационного шума. Рост боковых отклонений лучей, приходящих в картинную плоскость, указывает на потерю четкости изображения космического источника.

2. Результаты математического моделирования и их обсуждение

Аппарат численно-аналитического моделирования, представленный выше, был использован для решения двух частных задач, одна из которых связана с распространением электромагнитного излучения вблизи одиночного астрофизического объекта, а вторая — сквозь двухкомпонентную гравитирующую систему.

В случае стохастического поля тяготения одиночного астрофизического объекта задавались следующие начальные условия: $R(\varphi = \varphi_n = 0) = R_n = 50 \text{ cul}$ (cul — условная единица длины); $\delta(\varphi = \varphi_n) = \delta_n = 0 \text{ rad}$; $R_g = 1 \text{ cul}$. Значения углового прицельного параметра α_n находились в диапазоне $[-0,94; 0,94] \text{ rad}$, значения β_n — в диапазонах $[-0,75; -0,03]$ и $[0,03; 0,75] \text{ rad}$. Область гравитационного шума описана параметрами: $\mu_0 = 10^{-5}$, $R'_L \in [0; 50] \text{ cul}$, $\delta'_L = \varphi'_L = 0 \text{ rad}$, $m_R = 0,01 \text{ cul}^{-2}$, $m_\delta = m_\varphi = 8$, $\nu_R = 0,1 \text{ cul}^{-1}$, $\nu_\delta = \nu_\varphi = 0,1$. Расчет характеристик электромагнитного излучения проводился до расстояния $R_k = 50 \text{ cul}$ ($R_k \gg R_g$).

Результаты моделирования представлены на рисунке 2. Для наглядности конечные угловые координаты лучей в картинной плоскости наблюдателя пересчитывались в декартовы координаты: $x_k = R_k \cos \varphi_k \cos \delta_k$, $y_k = R_k \sin \varphi_k \cos \delta_k$. Каждой точке в картинной плоскости соответствует луч, пришедший на расстояние R_k в случае регулярного гравитационного поля. Рассчитанные отрезки характеризуют среднеквадратичные боковые отклонения лучей от этой точки под воздействием гравитационного шума. Значительные боковые отклонения лучей свидетельствуют о замывании изображения источника вследствие рефракционного рассеяния излучения на хаотических неоднородностях гравитационного поля.

Из рисунка 2 следует, что воздействие шума возрастает при $R'_L \rightarrow 0$, то есть при стремлении шумовой локализованной неоднородности к одиночному астрофизическому объекту. Большому влиянию шума подвергаются центральные области распределения точек прихода лучей, связанные с распространением электромагнитного излучения в поле тяготения массивного объекта. Боковые отклонения лучей в картинной плоскости наблюдателя зависят от размеров области гравитационного шума и гравитационного потенциала астрофизического объекта. Чем больше путь луча в области локализованного шума и в поле тяготения одиночного объекта, тем сильнее боковые отклонения луча в картинной плоскости.

Заметим, что периферийные точки в распределениях (см. рис. 2) образуют кольцевую структуру, известную как кольцо Эйнштейна [13]. В зависимости от расположения области локализованного шума эта структура в разной степени подвергается замыванию. В частности, возможна картина, когда наблюдаются несколько обособленных областей линзирования. Количество таких областей и их пространственное расположение зависят от интенсивности и масштабов локализации гравитационного шума, а также факторов, связанных с гравитационным потенциалом астрофизического объекта.

Второй из рассмотренных случаев был связан с распространением излучения в сложном гравитационном поле, образованном двумя астрофизическими объектами. При этом один из объектов поля тяготения был погружен в гравитационный шум. Задавались следующие параметры дополнительного астрофизического объекта и гравитационного шума: $\mu_0 = 10^{-5}$, $A = 0,5$, $R_L = R'_L = 50 \text{ cul}$, $\delta_L = \delta'_L = 0 \text{ rad}$, $\varphi_L = \varphi'_L \in [0,9; 2,1] \text{ rad}$, $b_R = 0,25 \text{ cul}^{-2}$, $b_\delta = b_\varphi = 18$, $\nu_R = 0,1 \text{ cul}^{-1}$, $\nu_\delta = \nu_\varphi = 0,1$, $m_R = 0,01 \text{ cul}^{-2}$, $m_\delta = m_\varphi = 8$. Результаты моделирования представлены на рисунке 3.

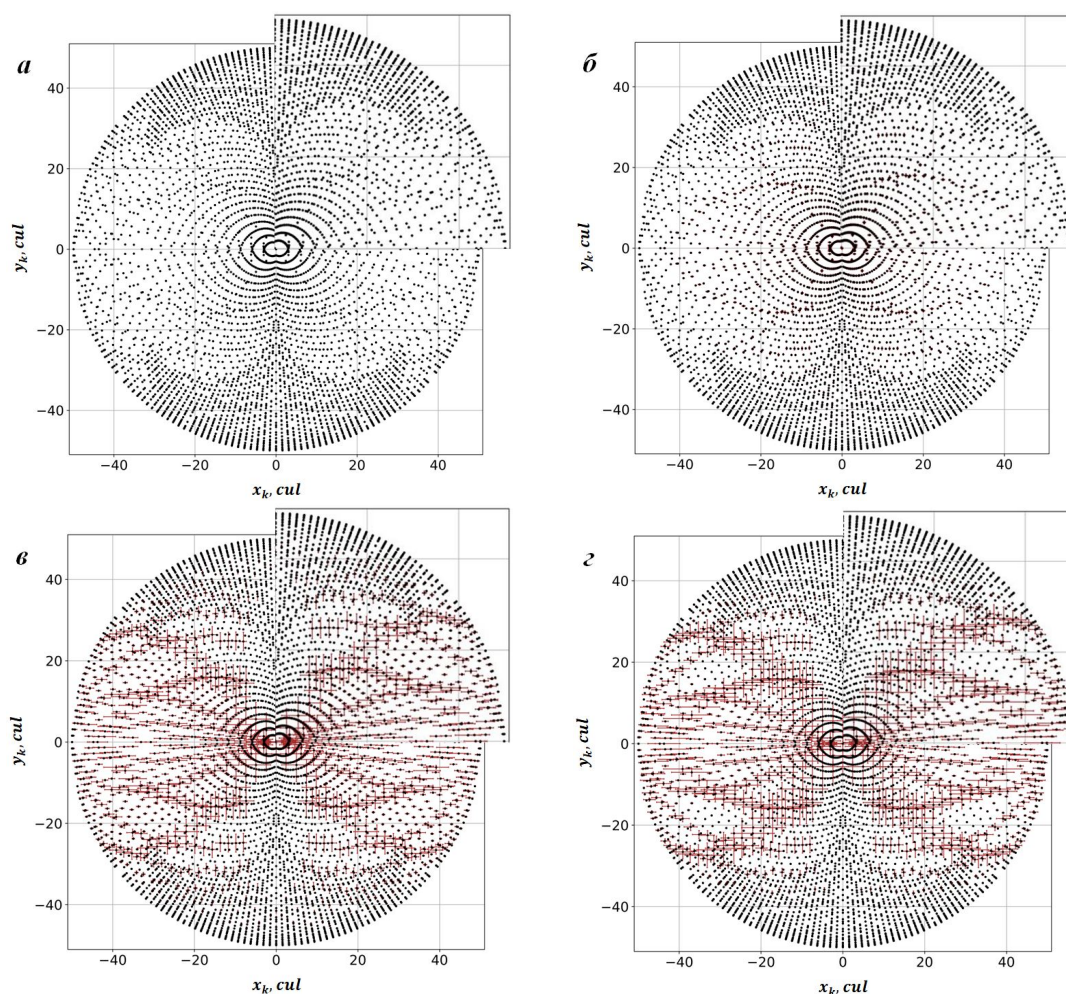


Рис. 2. Картинная плоскость наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в поле тяготения одиночного объекта при различном расположении гравитационного шума на оси зрения:
 $a - R'_L = 50 \text{ cul}$; $б - R'_L = 30 \text{ cul}$; $в - R'_L = 15 \text{ cul}$; $г - R'_L = 0 \text{ cul}$

Следует отметить, что в рассматриваемом случае несимметричного поля тяготения характер замывания распределения точек прихода лучей в картинной плоскости уникален и существенно зависит от расположения дополнительного астрофизического объекта, погруженного в гравитационный шум. Общим свойством такого замывания являются частичные изменения в кольцевой структуре распределения, что приводит к формированию дуг Эйнштейна [13]. В случае, показанном на рисунке 3, *а*, электромагнитное излучение взаимодействует с полем тяготения зашумленного гравитирующего объекта, а затем линзируется гравитационным полем основного объекта. На рисунке 3, *в* приведены результаты расчетов, когда линзирование электромагнитного излучения происходит на основном гравитационном объекте с последующим взаимодействием поля тяготения дополнительного объекта и области гравитационного шума. В случае, приведенном на рисунке 3, *б*, при $x_k \geq 0$ замывание проявляется вследствие распространения электромагнитного излучения в поле тяготения основной компоненты, а затем вблизи дополнительного объекта. При $x_k < 0$ эффект замывания происходит в обратной последовательности. Также следует отметить, что длины возникающих дуг существен-

но отличаются и зависят от расположения дополнительного астрофизического объекта, погруженного в гравитационный шум.

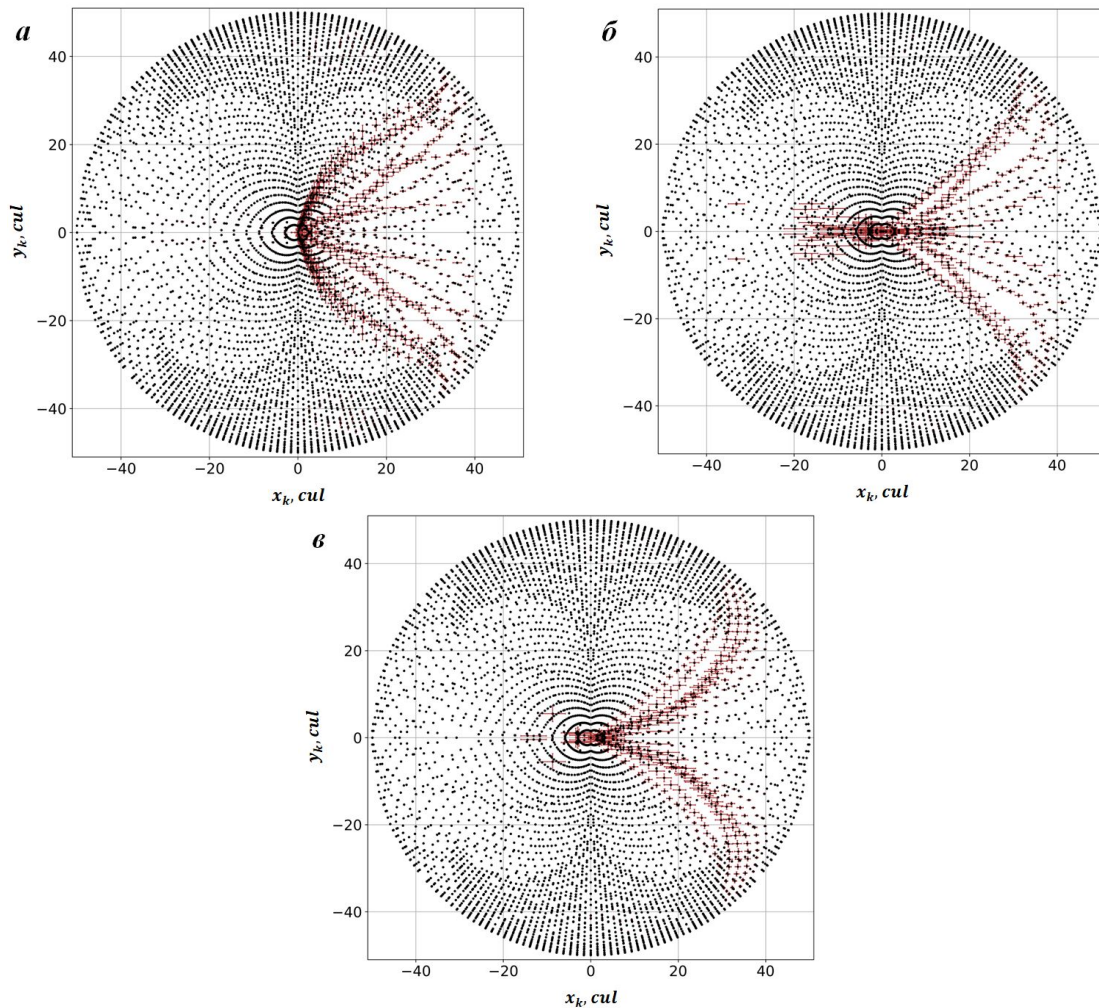


Рис. 3. Картинная плоскость наблюдателя при распространении электромагнитного излучения в двухкомпонентном поле тяготения с погружением дополнительного астрофизического объекта в гравитационный шум:

$$a - \varphi_L = 0,9 \text{ rad}; \text{ б} - \varphi_L = 1,5 \text{ rad}; \text{ в} - \varphi_L = 2,1 \text{ rad}$$

Заключение

Метод численно-аналитического моделирования использован для оценки влияния локализованного гравитационного шума на рефракционные характеристики электромагнитного излучения в полях тяготения различной конфигурации. В качестве исходных взяты стохастические лучевые уравнения в форме Эйлера. Уравнения для расчета статистических моментов боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя получены в приближении метода возмущений. Для регулярного поля тяготения использована приближенная модель эффективного показателя преломления вакуума в предположении аддитивности вкладов гравитационных полей астрофизических объектов в общее гравитационное поле. Результаты расчетов представлены в картинной плоскости

наблюдателя. Рассмотрены различные конфигурации поля тяготения астрофизических объектов в присутствии ограниченной области гравитационного шума. Показано, что эффекты шума наиболее значимы, когда область его локализации покрывает гравитирующий объект. В зависимости от пространственного расположения области шума в картинной плоскости наблюдателя могут возникать сложные структуры, отличные от колец Эйнштейна. В случае несимметричного поля тяготения, когда дополнительный объект погружен в гравитационный шум, возможно формирование дуг Эйнштейна. При различных положениях зашумленной компоненты длина дуг изменяется. Использованный метод численно-аналитического моделирования может быть полезен при интерпретации данных астрофизических измерений и для диагностики структуры поля тяготения космических объектов.

ПРИМЕЧАНИЕ

¹ Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2023-0004, FZZE-2024-0005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блюх, П. В. Гравитационные линзы / П. В. Блюх, А. А. Минаков. — Киев : Наукова думка, 1989. — 237 с.
2. Бялко, А. В. Фокусировка излучения гравитационным полем / А. В. Бялко // Астрономический журнал. — 1969. — Т. 46, № 5. — С. 998–1001.
3. Захаров, А. Ф. Гравитационные линзы и микролинзы / А. Ф. Захаров. — М. : Янус-К, 1997. — 328 с.
4. Мизнер, Ч. Гравитация. Ч.1 / Ч. Мизнер, К. Торн, Дж. Уиллер. — М. : Мир, 1977. — 480 с.
5. Стохастическое замыкание эффектов гравитации при распространении электромагнитных волн в межзвездной среде / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев, С. О. Чудаев // Распространение радиоволн : сб. докл. XXVIII Всерос. открытой науч. конф., 16–19 мая 2023 г., г. Йошкар-Ола. — Йошкар-Ола : Изд-во Поволжского гос. технол. ун-та, 2023. — С. 143–146.
6. Численно-аналитическое моделирование гравитационного линзирования электромагнитных волн в случайно-неоднородной космической плазме / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев, С. О. Чудаев // Компьютерные исследования и моделирование. — 2024. — Т. 16, № 2. — С. 433–443.
7. Численно-аналитическое моделирование рефракции низкочастотных солнечных радиовсплесков в возмущенной короне / Д. С. Лукьянцев, Н. Т. Афанасьев, А. Б. Танаев, С. О. Чудаев // Математическая физика и компьютерное моделирование. — 2023. — Т. 26, № 4. — С. 43–54. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.4.4>
8. Barnacka, A. The Structure of the Strongly Lensed Gamma-Ray Source B2 0218+35 / A. Barnacka // The Astrophysical Journal. — 2016. — Vol. 821. — Article ID: 821:58. — DOI: [10.3847/0004-637X/821/1/58](https://doi.org/10.3847/0004-637X/821/1/58)
9. Einstein, A. I. Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field / A. I. Einstein // Science. — 1936. — Vol. 84, № 2188. — P. 506–507.
10. Kravtsov, Yu. A. Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium / Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov. — Berlin : Springer-Verlag, 1990. — 312 p.
11. Lukyantsev, D. S. Mathematical Modeling of Effects of Plasma and Gravitational Inhomogeneities in Structure of Electromagnetic Signals / D. S. Lukyantsev, N. T. Afanasiev, A. B. Tanaev // St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics. —

2023. — Vol. 16, № 1.2. — P. 377–382.

12. Plebaski, I. Electromagnetic Waves in Gravitational Fields / I. Plebaski // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 118, iss. 5. — Article ID: 1396. — DOI: 10.1103/PhysRev.118.1396

13. Schneider, P. Gravitational Lenses / P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco. — New York : Springer-Verlag, 1992. — 564 p.

14. Strongly Lensed Jets, Time Delays and Values of H_0 / A. Barnacka, M. J. Geller, I. P. Dell'Antonio, W. Benbow // *The Astrophysical Journal*. — 2015. — Vol. 799, № 1. — Article ID: 799:48. — DOI: 10.1088/0004-637X/799/1/48

15. Volkov, A. M. The Propagation of Electromagnetic Waves in a Riemannian Space / A. M. Volkov, A. A. Izmetiev, G. V. Skrotskiy // *JETP*. — 1971. — Vol. 32, № 4. — P. 1254–1261.

16. Zwicky, F. On the Masses of Nebulae and Clusters of Nebulae / F. Zwicky // *The Astrophysical Journal*. — 1937. — Vol. 86, № 3. — P. 217–246.

REFERENCES

1. Bliokh P.V., Minakov A.A. *Gravitatsionnye linzy* [Gravitational Lenses]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1989. 237 p.

2. Byalko A.V. Fokusirovka izlucheniya gravitatsionnym polem [Focusing of Radiation by a Gravitational Field]. *Astronomicheskii zhurnal*, 1969, vol. 46, no. 5, pp. 998-1001.

3. Zakharov A.F. *Gravitatsionnye linzy i mikrolinzy* [Gravitation Lenses and Microlenses]. Moscow, Yanus-K Publ., 1997. 328 p.

4. Mizner Ch., Torn K., Uiller Dzh. *Gravitatsiya. Ch.1* [Gravitation]. Moscow, Mir Publ., 1977. 480 p.

5. Lukyantsev D.S., Afanasiev N.T., Tanaev A.B., Chudaev S.O. Stokhasticheskoe zamyvanie effektov gravitatsii pri rasprostraneni elektromagnitnykh voln v mezhzvezdnoy srede [Stochastic Blurring of the Effects of Gravity During the Propagation of Electromagnetic Waves in the Interstellar Medium]. *Rasprostranenie radiovoln: sb. dokl. XXVIII Vseros. otkrytoy nauch. konf., 16–19 maya 2023 g., g. Yoshkar-Ola. Yoshkar-Ola, Izd-vo Povolzhskogo gos. tekhnol. un-ta Publ., 2023, pp. 143–146.*

6. Lukyantsev D.S., Afanasiev N.T., Tanaev A.B., Chudaev S.O. Chislenno-analiticheskoe modelirovanie gravitatsionnogo linzirovaniya elektromagnitnykh voln v sluchayno-neodnorodnoy kosmicheskoy plazme [Numerical-Analytical Modeling of Gravitational Lensing of the Electromagnetic Waves in Random-Inhomogeneous Space Plasma]. *Kompyuternye issledovaniya i modelirovanie*, 2024, vol. 16, no. 2, pp. 433-443.

7. Lukyantsev D.S., Afanasiev N.T., Tanaev A.B., Chudaev S.O. Chislenno-analiticheskoe modelirovanie refraktsii nizkochastotnykh solnechnykh radiovspleskov v vozmushchennoy korone [Numerical-Analytical Modeling of Refraction of the Low-Frequency Solar Radio-Bursts in Perturbed Crown]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie* [Mathematical Physics and Computer Simulation], 2023, vol. 26, no. 4, pp. 43-54. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2023.4.4>

8. Barnacka A. The Structure of the Strongly Lensed Gamma-Ray Source B2 0218+35. *The Astrophysical Journal*, 2016, vol. 821, article ID: 821:58. DOI: 10.3847/0004-637X/821/1/58

9. Einstein A.I. Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field. *Science*, 1936, vol. 84, no. 2188, pp. 506-507.

10. Kravtsov Yu.A., Orlov Yu.I. *Geometrical Optics of Inhomogeneous Medium*. Berlin, Springer-Verlag, 1990. 312 p.

11. Lukyantsev D.S., Afanasiev N.T., Tanaev A.B. Mathematical Modeling of Effects of Plasma and Gravitational Inhomogeneities in Structure of Electromagnetic Signals. *St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics*, 2023, vol. 16, no. 1.2, pp. 377-382.

12. Plebaski I. Electromagnetic Waves in Gravitational Fields. *Phys. Rev.*, 1960, vol. 118, iss. 5, article ID: 1396. DOI: 10.1103/PhysRev.118.1396

13. Schneider P., Ehlers J., Falco E.E. *Gravitational Lenses*. New York, Springer-Verlag, 1992. 564 p.
14. Barnacka A., Geller M.J., Dell'Antonio I.P., Benbow W. Strongly Lensed Jets, Time Delays and Values of H_0 . *The Astrophysical Journal*, 2015, vol. 799, no. 1, article ID: 799:48. DOI: 10.1088/0004-637X/799/1/48
15. Volkov A.M., Izmistiev A.A., Skrotskiy G.V. The Propagation of Electromagnetic Waves in a Riemannian Space. *JETP*, 1971, vol. 32, no. 4, pp. 1254-1261.
16. Zwicky F. On the Masses of Nebulae and Clusters of Nebulae. *The Astrophysical Journal*, 1937, vol. 86, no. 3, pp. 217-246.

MATHEMATICAL MODELING OF REFRACTION CHARACTERISTICS OF ELECTROMAGNETIC RADIATION AT STOCHASTIC GRAVITATIONAL FIELD

Dmitriy S. Lukyantsev

Lecturer, Department of Radiophysics and Radioelectronics,
Irkutsk State University
cmeofs1997@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0001-8649-4387>
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

Nikolay T. Afanasiev

Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor,
Department of Radiophysics and Radioelectronics,
Irkutsk State University
spacemaklay@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7902-4448>
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

Ekaterina I. Kalashnikova

Master Student,
Irkutsk State University
kkalashnikova27@gmail.com
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

Andrey B. Tanaev

Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor,
Department of General and Experimental Physics,
Irkutsk State University
tanaev.ab@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0002-9217-8185>
Gagarina Boulevard, 20, 664003 Irkutsk, Russian Federation

Abstract. Numerical-analytical modeling is used for estimation of gravitational noise influence on propagation of electromagnetic radiation at gravitational field of a group of astrophysical objects. The method bases on numerical integrate of system of light differential equations in the Euler's form, added differential

equations for calculation of statistic moments of side fluctuations of light at a picture plane of observer. The influence of gravitation was taken into account by introducing of the effective refraction index of vacuum, expressed through a gravitational potential. Visions about spatial correlation function of inhomogeneities of effective refraction index of vacuum are used as model. Calculating of gravitation effects of group astrophysical objects are performed under assumption additive contribution of field of every objects in general gravitational field. Modeling of the refraction characteristics of electromagnetic radiation is performed for a various configurations of gravitation field. Results of calculating are shown at a picture plane of observer. The blurring effects of gravitational lensing are investigated at dependence from position of localized area of gravitational noise and astrophysical objects. It's showed that for case of single-component gravitational field full coverage of object by area of gravitational noise match maximum blurring of lensing effect. The features of gravitational focusing are determined at dependence from position of area noise for asymmetrical two-component gravitational field, where one of objects coverage by area of gravitational noise. Offered tool of modeling can be used for both investigation of gravitational lensing of multi-component gravitational field in presence variety of limited area of gravitational noise and under conditions uniform spatial distribution of stochastic gravitational inhomogeneities. Also it can use for recovering of gravitational potentials of non-radiating (hidden) objects by characteristics of received electromagnetic radiation of remote space sources.

Key words: modeling, gravitational lensing, gravitational noise, gravitational field, light approximation, differential equations, fluctuations.