



www.volsu.ru



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2024.2.6>

УДК 53.088.7

ББК 32.812

Дата поступления статьи: 13.05.2024

Дата принятия статьи: 13.06.2024

АДАПТИВНЫЙ ФИЛЬТР СИГНАЛА ДАТЧИКА УСКОРЕНИЯ

Сергей Сергеевич Макаров

Лаборант кафедры радиофизики,
Волгоградский государственный университет
rf@volsu.ru
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Игорь Владимирович Негинский

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики,
Волгоградский государственный университет
rf@volsu.ru
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Андрей Леонидович Якимец

Кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой радиофизики,
Волгоградский государственный университет
rf@volsu.ru, yakimets_volsu@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-3117-7100>
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. Рассмотрена задача проектирования адаптивного фильтра для датчика акселерометра, установленного на беспилотный летательный аппарат мультироторного типа. Получено выражение для численного итерационного адаптивного процесса. Проведено компьютерное моделирование обработки сигнала с датчика ускорения при наличии существенной помехи.

Ключевые слова: датчик ускорения, адаптивный фильтр, итерационный алгоритм, адаптация, уравнение Винера — Хопфа, метод наименьших квадратов.

Введение

При проведении любых измерений всегда возникает проблема отделения полезного сигнала от шума или помехи. Разделение мешающего сигнала на два типа — шум и помеха, как правило, весьма условно. Мы можем считать, что шум возникает в электрических цепях как результат ее работы, например, дробовой шум, обусловленный дискретным характером потока заряженных частиц или потоком фотонов. Помеха, как правило, обусловлена внешним воздействием на датчик. Можно считать, что подобным воздействием являются вибрации [2], создаваемые винтомоторной группой летательного аппарата мультироторного типа, существенно искажающие результаты измерения датчиком компонент ускорения.

Универсальных решений по борьбе с помехами или шумами не существует. Выбор того или иного фильтра для выделения полезной составляющей сигнала, как правило, определяется типом и источником помехи или шума, физическими процессами, определяющими появление и распространение мешающих сигналов. В настоящее время при цифровой обработке сигналов широко применяются фильтры, использующие медианное сглаживание, скользящее среднее, метод Савицкого — Голея, различные линейные алгоритмы [3–5].

Наибольшее распространение при обработке сигнала с датчика ускорения получил фильтр Калмана [7], в основе которого лежит авторегрессионная модель. Фильтр Калмана позволяет получить хорошие результаты, но требует больших вычислительных мощностей в сравнении с остальными методами. Вместе с тем априорная информация о помехе позволяет существенно уменьшить объем вычислений при сохранении качества выделения полезного сигнала. В качестве источника такой информации может выступать акустический сигнал, который, очевидно, коррелирован с вибрациями, создаваемыми винтомоторной группой. Более того, можно считать, что источником акустического сигнала являются вибрации.

Отметим, что датчик ускорения используется для измерения постоянных или сравнительно медленно изменяющихся значений ускорения, обусловленных эволюциями беспилотного аппарата. Так как для измерения звука, коррелированного с помехой, используется микрофон, то полученный сигнал будет ограничен по частоте снизу примерно на уровне 10 Гц из-за конструктивных особенностей микрофонов, то есть сигнал с микрофона не будет содержать данных об ускорении аппарата, а только о помехе. Указанные факты можно использовать для построения адаптивного фильтра.

1. Описание адаптивного фильтра

На рисунке 1 представлена возможная структурная схема устройства, выполняющая измерение компоненты ускорения с учетом воздействия помехи. На вход системы поступает последовательность отсчетов измеряемого сигнала $s(k)$ с шумом $\eta(k)$, обусловленным погрешностью квантования и работой электронной схемы. На полезный сигнал накладывается помеха $n(k)$, взаимодействие которой с датчиком моделируется блоком с импульсной характеристикой $w(k)$. Сформированный таким образом сигнал $g(k)$ складывается с полезным, результат $s(k) + \eta(k) + g(k)$ является моделью сигнала с датчика, измеряющего ускорение. Измеренный сигнал помехи $n(k)$ поступает на вход адаптивного фильтра, выходной сигнал которого $y(k)$ вычитается из измеренного.

Таким образом,

$$e(k) = s(k) + \eta(k) + g(k) - y(k) - \xi(k), \quad (1)$$

здесь $\xi(k)$ — погрешность измерения помехи. Полученный выходной сигнал также является сигналом ошибки, используемым для корректировки отсчетов коэффициентов адаптивного фильтра.

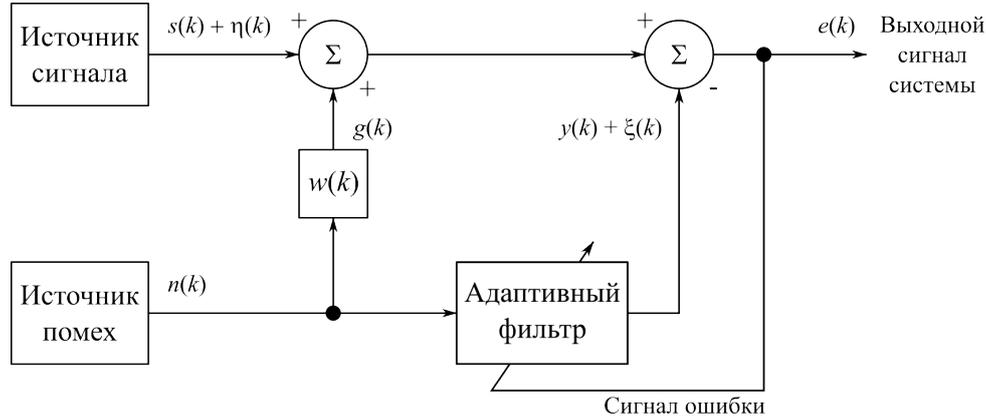


Рис. 1. Структурная схема адаптивного фильтра

Полагая, что коррелированы только сигналы $g(k)$, $n(k)$ и $y(k)$, получим выражение для математического ожидания квадрата ошибки

$$M \{e^2(k)\} = M \{s^2(k)\} + M \{[g(k) - y(k)]^2\} + M \{[\eta(k) - \xi(k)]^2\}. \quad (2)$$

Отсчеты сигнала с выхода адаптивного фильтра связаны с сигналом помехи следующим соотношением

$$y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) n(k-1) = \mathbf{H}^T \mathbf{n}(k), \quad (3)$$

где $\mathbf{n}^T(k) = [n(k), n(k-1), \dots, n(k-N+1)]$ — отсчеты входного сигнала; $\mathbf{H}^T(n) = [h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]$ — отсчеты импульсной характеристики адаптивного фильтра (вектор). Тогда соотношение (2) запишется в виде

$$M \{e^2(k)\} = M \{s^2(k)\} + M \{[g(k) - \mathbf{H}^T \mathbf{n}(k)]^2\} + M \{[\eta(k) - \xi(k)]^2\}. \quad (4)$$

Это выражение описывает стандартную поверхность квадратичной ошибки с одним единственным минимумом.

Найдем значения отсчетов импульсной характеристики, обеспечивающие минимум математического ожидания квадрата ошибки. Для этого вычислим градиент от выражения (4) и, приравняв его к нулю, получим

$$M \{g(k) \mathbf{n}^T(k)\} = M \{\mathbf{H}_{opt}^T \mathbf{n}(k) \mathbf{n}^T(k)\}.$$

Полагая, что весовой вектор и вектор сигнала не коррелированы, запишем

$$M \{g(k) \mathbf{n}^T(k)\} = \mathbf{H}_{opt}^T M \{\mathbf{n}(k) \mathbf{n}^T(k)\}. \quad (5)$$

Форма полученного выражения совпадает с известным [1], вводя аналогичные обозначения

$$\mathbf{P} = M \{g(k) \mathbf{n}(k)\},$$

взаимная корреляция между входным сигналом и оцениваемым параметром,

$$\mathbf{R} = M \{\mathbf{n}(k) \mathbf{n}^T(k)\},$$

автокорреляционная матрица входной сигнальной последовательности. В результате соотношение (5) запишется в виде:

$$\mathbf{P}^T = \mathbf{H}_{opt}^T \mathbf{R}.$$

Это уравнение является общеизвестным уравнением Винера — Хопфа [1], которое дает оптимальное (по методу наименьших квадратов) винеровское решение для \mathbf{H}_{opt} :

$$\mathbf{H}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}. \quad (6)$$

В общем случае использование решения (6) для нахождения вектора оптимальных коэффициентов фильтра требует знания всех отсчетов входных сигналов, что, очевидно, не всегда возможно. Поэтому найдем выражение для итерационного процесса определения весового вектора. Выполняя действия, подобные приведенным в работе [6], перепишем выражение для ошибки (1), используя соотношение (3), получим:

$$e(k) = s(k) + \eta(k) + g(k) - \mathbf{H}^T \mathbf{n}(k) - \xi(k). \quad (7)$$

В этом случае математическое ожидание квадрата ошибки будет иметь вид (здесь как и прежде полагаем, что коррелированы только сигналы $g(k)$, $n(k)$ и $y(k)$):

$$M \{e^2(k)\} = M \{s^2(k)\} + M \{g^2(k)\} - 2\mathbf{P}^T \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H} + M \{\eta^2(k)\} + M \{\xi^2(k)\}.$$

Вычислим градиент от математического ожидания

$$\nabla = -2\mathbf{P} + 2\mathbf{R}\mathbf{H}.$$

Умножив последнее выражение на $\mathbf{R}^{-1}/2$ слева, в результате будем иметь:

$$\frac{\mathbf{R}^{-1}}{2} \nabla = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} + \mathbf{H}.$$

Используя оптимальное винеровское решение (6), получим выражение для нахождения вектора коэффициентов фильтра за один шаг:

$$\mathbf{H}_{opt} = \mathbf{H} - \frac{\mathbf{R}^{-1}}{2} \nabla.$$

Можно показать [1], что к полученному решению асимптотически сходится следующий итерационный процесс:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k - \mu \nabla_k, \quad (8)$$

здесь индекс k означает, что градиент вычисляется на шаге k , когда вектор весовых коэффициентов равен \mathbf{H}_k , μ — параметр сходимости.

Найдем оценку для градиента, входящего в выражение (8), используя соотношение (7):

$$\widehat{\nabla}_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial e^2(k)}{\partial h_0} \\ \dots \\ \frac{\partial e^2(k)}{\partial h_N} \end{pmatrix} = 2e(k) \begin{pmatrix} \frac{\partial e(k)}{\partial h_0} \\ \dots \\ \frac{\partial e(k)}{\partial h_N} \\ \cdot \end{pmatrix} = -2e(k) \mathbf{n}(k)$$

Окончательно алгоритм нахождения оптимального вектора коэффициентов примет вид:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + 2\mu e(k) \mathbf{n}(k).$$

2. Результаты моделирования

При проведении моделирования адаптивного фильтра в качестве полезных данных $s(k)$ использовался сигнал, представляющий собой последовательность треугольных импульсов с нулевым средним (отсутствует постоянная составляющая сигнала), имеющий широкий спектр. При этом средняя мощность полезного сигнала примерно составляла 0,13. В качестве помехи $n(k)$ был выбран гаусовский шум также с нулевым средним и дисперсией, равной 0,5. Таким образом, отношение сигнал — шум составило примерно -2,8 Дб. В соответствии со структурной схемой устройства (рис. 1), перед добавлением помехи к сигналу она была пропущена через фильтр низких частот первого порядка. Адаптивный фильтр имел всего восемь весов импульсной характеристики, то есть для вычисления нового выходного отсчета требуется выполнить восемь операций сложения и умножения.

На рисунке 2 представлен пример вычисления выходного сигнала системы, хорошо виден процесс адаптации весовых коэффициентов фильтра к оптимальным значениям, при этом среднеквадратичное значение относительной ошибки измерения меньше 0,1 после окончания адаптации. Зависимость значения величины ошибки определения весовых коэффициентов фильтра от номера итерации приведена на рисунке 3. Здесь под ошибкой понимается среднее арифметическое значение квадрата отклонения рассчитанных значений весовых коэффициентов от известных значений. Обучающая кривая усреднена по восьми реализациям.

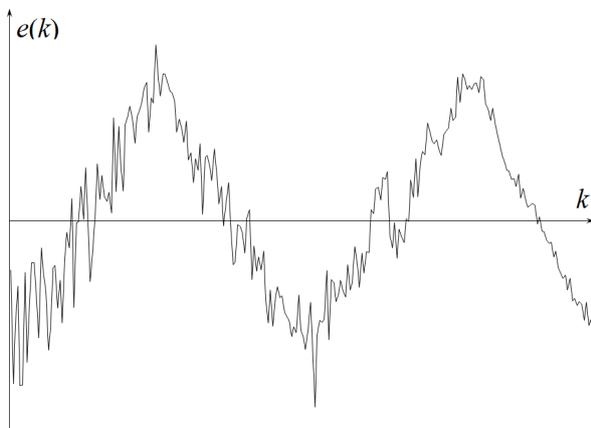


Рис. 2. Выходной сигнал системы

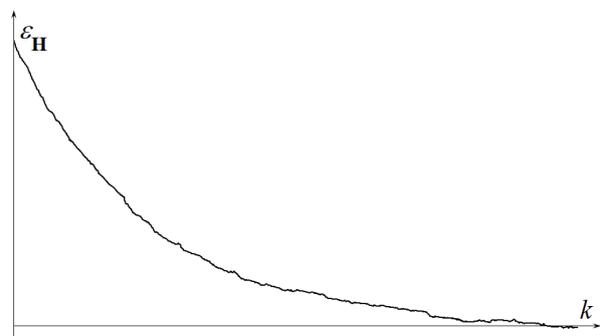


Рис. 3. Обучающая кривая

Заключение

Таким образом, разработанный адаптивный фильтр позволяет на основе априорных данных о внешней помехе существенно улучшить точность измерения полезного сигнала. Как уже упоминалось, в качестве дополнительной информации можно использовать оцифрованный акустический сигнал, создаваемый вибрациями винтомоторной группой летательного аппарата мультироторного типа. Использование предложенного алгоритма при этом существенно сокращает объем вычислений. В работе показано, что достаточно использования восьми весовых коэффициентов фильтра, чтобы относительная ошибка определения измеряемой величины не превосходила 10 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адаптивные фильтры / П. М. Грант, К. Ф. Н. Коуэн, Б. Фридлиндер, Д. Р. Трейчлер, Д. М. Тернер, Э. Р. Феррара, П. Ф. Адамс. — М. : Мир, 1988. — 392 с.
2. Заславский, Ю. М. Акустический шум низколетящего квадрокоптера / Ю. М. Заславский, В. Ю. Заславский // *Noise Theory and Practice*. — 2019. — Т. 5, № 3. — С. 21–27.
3. Захарченко, В. Д. Численное моделирование высотомера малых высот с использованием генетического алгоритма для расчета частот дополнительной модуляции / В. Д. Захарченко, С. В. Захарченко // *Математическая физика и компьютерное моделирование*. — 2021. — Т. 24, № 2. — С. 18–26. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.2>
4. Захарченко, В. Д. Оценка потенциальной помехоустойчивости стробоскопического преобразователя периодических импульсных сигналов методом численного моделирования / В. Д. Захарченко, А. А. Писанко // *Математическая физика и компьютерное моделирование*. — 2024. — Т. 27, № 1. — С. 17–25. — DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2024.1.2>
5. Методы и алгоритмы шумоочистки звука в реальном времени / И. Э. Вишняков, М. М. Масыгин, О. А. Одинцов, В. В. Слюсарь // *Известия вузов. Электроника*. — 2021. — Т. 26, № 2. — С. 184–196.
6. Уидроу, Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Уидроу, С. Стирнз. — М. : Радио и связь, 1989. — 440 с.
7. Kalman, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kalman // *J. Basic Eng.* — 1960. — № 82. — P. 35–45. — DOI: [doi:10.1115/1.3662552](https://doi.org/10.1115/1.3662552)

REFERENCES

1. Grant P.M., Cowan C.F.N., Friedlander B., Treichler J.R., Turner J.M., Ferrara E.R., Adams P.F. *Adaptivnyye filtry* [Adaptive Filters]. Moscow, Mir Publ., 1988. 392 p.
2. Zaslavskiy Yu.M., Zaslavskiy V.Yu. Akusticheskiy shum nizkoletyashchego kvadrokoptera [Acoustic Noise of a Low Flying Quadcopter]. *Noise Theory and Practice*, 2019, vol. 5, no. 3, pp. 21-27.
3. Zakharchenko V.D., Zakharchenko S.V. Chislennoe modelirovanie vysotomera malykh vysot s ispolzovaniem geneticheskogo algoritma dlya rascheta chastot dopolnitelnoy modulyatsii [Numerical Simulation of a Low Altitude Altimeter Using a Genetic Algorithm to Calculate Additional Modulation Frequencies]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie*, 2021, vol. 24, no. 2, pp. 18-26. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2021.2.2>
4. Zakharchenko V.D., Pisanko A.A. Otsenka potentsialnoy pomekhoustoychivosti stroboskopicheskogo preobrazovatelya periodicheskikh impulsnykh signalov metodom chislenного modelirovaniya [Evaluation of the Potential Noise Immunity of a Stroboscopic Converter of Periodic Pulse Signals by Numerical Simulation]. *Matematicheskaya fizika i kompyuternoe modelirovanie*, 2024, vol. 27, no. 1, pp. 17-25. DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2024.1.2>

5. Vishnyakov I.E., Masyagin M.M., Odintsov O.A., Slyusar V.V. Metody i algoritmy shumoochistki zvuka v realnom vremeni [Methods and Algorithms for Real Time Voice Noise Cleaning]. *Izvestiya vuzov. Elektronika*, 2021, vol. 26, no. 2, pp. 184-196.

6. Widrow B., Stearns S. *Adaptivnaya obrabotka signalov* [Adaptive Signal Processing]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1989. 440 p.

7. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *J. Basic Eng.*, 1960, no. 82, pp. 35-45. DOI: doi:10.1115/1.3662552

ADAPTIVE FILTER FOR ACCELERATION SENSOR SIGNAL

Sergey S. Makarov

Laboratory Assistant, Department of Radiophysics,
Volgograd State University
rf@volsu.ru

Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Igor V. Neginskiy

Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor,
Department of Radiophysics,
Volgograd State University
rf@volsu.ru

Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Andrey L. Yakimets

Candidate of Sciences (Physics and Mathematics),
Head of the Department of Radiophysics,
Volgograd State University
rf@volsu.ru, yakimets_volsu@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3117-7100>

Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Abstract. When carrying out any measurements, there is always a problem of separating the useful signal from noise or interference. The interference is usually caused by an external influence on the sensor, for example, an acceleration sensor. It can be considered that such an effect is vibrations created by the propeller group of a multi-rotor aircraft, which significantly distort the results of measuring acceleration components by the sensor. The Kalman filter, which is based on an autoregressive model, has received the most widespread use in processing the signal from the acceleration sensor. The Kalman filter allows you to get good results, but requires a lot of computing power compared to other methods. At the same time, a priori information about interference can significantly reduce the amount of calculations while maintaining the quality of useful signal extraction. An acoustic signal can act as a source of such information, which is obviously correlated with vibrations generated by the propeller group. Moreover, it can be assumed that the source of the acoustic signal is vibrations. Note that the acceleration sensor is used to measure constant or relatively slowly changing acceleration values due to the evolution of an

unmanned vehicle. Since a microphone is used to measure the sound correlated with interference, the received signal will be limited in frequency from the bottom at about 10 Hz due to the design features of the microphones, that is, the signal from the microphone will not contain data about the acceleration of the device, but only about the interference. These facts can be used to build an adaptive filter. A simulation of such an adaptive filter was carried out, and a signal representing a sequence of triangular pulses with a zero mean having a wide spectrum was used as useful data. At the same time, the average power of the useful signal was approximately 0.13. Gaussian noise was also chosen as an interference with a zero mean and a variance of 0.5. Thus, the signal-to-noise ratio was approximately -2.8 Db. According to the structural diagram of the device, before adding interference to the signal, it was passed through a low-pass filter of the first order. The adaptive filter had only eight pulse response weights. The developed adaptive filter makes it possible, based on a priori data on external interference, to significantly improve the accuracy of measuring the useful signal. The use of the proposed algorithm significantly reduces the amount of calculations. The paper shows that it is sufficient to use eight filter weight coefficients so that the relative error in determining the measured value does not exceed 10%.

Key words: acceleration sensor, adaptive filter, iterative algorithm, adaptation, Wiener-Hopf equation, least square method.