



УДК 51-7
ББК 53.4

МОДЕЛИ АППРОКСИМАЦИИ ДАННЫХ ИНФРАКРАСНОЙ ТЕРМОМЕТРИИ

Гульманов Алексей Атаевич

Магистрант направления «Прикладная математика и информатика»
Волгоградского государственного университета
zenovich@rambler.ru
Проспект Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Зенович Андрей Васильевич

Старший преподаватель кафедры фундаментальной информатики и оптимального управления
Волгоградского государственного университета
zenovich@rambler.ru
Проспект Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. Исследуется задача аппроксимации данных инфракрасной термометрии и построения тепловой картины поверхности тела человека на основе измерения температур инфракрасным датчиком с несколькими сенсорами. Рассмотрены две математические модели аппроксимации: приближение с помощью поверхностей Кунса и аппроксимация гармоническими функциями.

Ключевые слова: комбинированная термометрия, инфракрасная термометрия, РТМ-диагностика, поверхности Кунса, аппроксимация результатов измерений.

В последние десятилетия интенсивно развивается медицинская диагностика на основе комбинированной (радио- и инфракрасной) термометрии (см., например, [1]–[3]). Комбинированная термометрия – это биофизический метод неинвазивного обследования, заключающийся в измерении внутренних и поверхностных температур тканей по интенсивности их теплового излучения, соответственно, в микроволновом и инфракрасном диапазоне и последующей их регистрацией в виде числовых данных. Далее, на базе измерений в отдельных точках, строятся соответствующие множества уровня температуры, называемые термокартами, с помощью которых врач ставит диагноз. Одним из недостатков существующих термометрических методов является малое количество точек измерения и, соответственно, низкая точность аппроксимации.

В ближайшее время планируется создание принципиально нового диагностического комплекса с использованием датчиков, состоящих из нескольких сенсоров для одновременного измерения температуры в нескольких точках.

Предполагается, что инфракрасный датчик новой версии будет состоять из 7 измерителей, расположенных вдоль прямой линии на расстоянии 1 см друг от друга, при этом разрешающая способность каждого измерителя составит 1 миллиметр. Конструкцию можно будет двигать

вдоль поверхности тела, измеряя значение температуры через каждый миллиметр на семи вертикальных прямых, отстоящих друг от друга на расстоянии 1 сантиметр. После этого можно будет повернуть датчик на 90° и аналогично измерить температуру на горизонтальных прямых. В результате область измерения разбивается на квадраты размером 1×1 см, причем будет известна температура в точках границы квадратов с интервалом 1 миллиметр. Данная работа посвящена одному методу аппроксимации температуры внутри исследуемой области, при этом предлагаемый способ позволяет достаточно точно улавливать зоны с резко изменяющейся температурой, которые являются наиболее значимыми при диагностике различных заболеваний.

Для решения этой задачи предлагаются две математические модели. В первой модели предлагается приближать температуру $u(x, y)$ с помощью гармонических функций. Внутри каждого квадрата вводим сетку с узлами, расположенными через 1 мм (всего 121 узел вместе с граничными). Значения во внутренних узлах сетки находим, решая задачу Дирихле для оператора Лапласа

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \\ u|_{\partial G} = f \end{cases}$$

Для дискретизации задачи используется стандартная разностная схема [5]:

$$\frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{h_1} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{h_2} = 0.$$

Полученную после дискретизации систему линейных уравнений решаем методом Зейделя [там же]. Для построения термокарты необходима аппроксимация температуры в произвольной (неузловой) точке квадрата, для получения этой аппроксимации проводим через узлы кубический сплайн [4].

Для апробации модели использовались результаты термометрических исследований, проведенных в течение последних нескольких лет в Волгоградском флебологическом центре профессора С.И. Ларина [2].

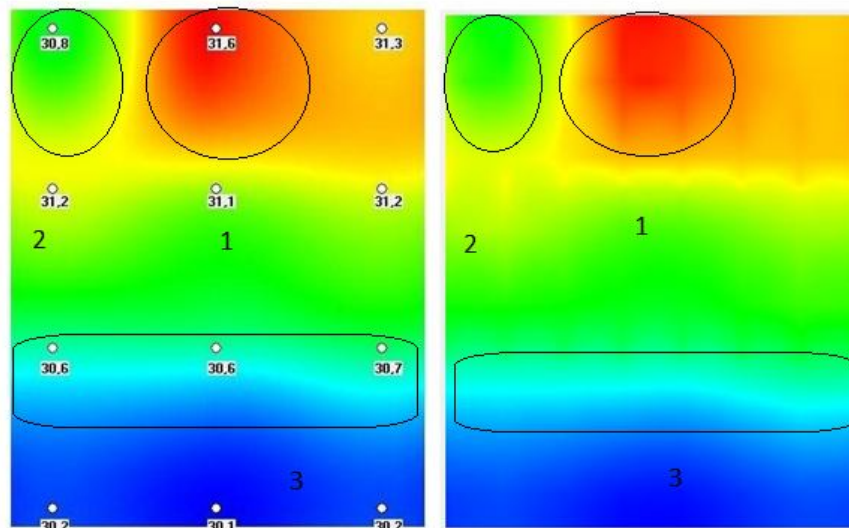


Рис. 1. Аппроксимация гармоническими функциями в случае медленно меняющейся температуры

В результате вычислительных экспериментов было показано, что данная модель адекватно отслеживает плавные изменения температуры. В качестве примера рассмотрим тепловую карту, изображенную на рисунке 1. В левой части рисунка мы видим образцовую тепловую карту, справа – приближение, полученное с помощью решения задачи Дирихле для оператора Лапласа. Легко заметить, что большие области (обведены овалами в левом

верхнем углу рисунка) отображаются на модели с достаточно высокой точностью. Также адекватно улавливается граница перехода температуры (область в нижней трети рисунка). На модели (в верхней части) просматривается дополнительная решетчатая структура, которой нет на образцовой карте. По всей видимости, это неустранимые эффекты численного моделирования. Путем сравнения с образцовыми картами вычислялась погрешность аппроксимации, для тепловых карт с плавным изменением температуры она не превосходит 1,5 %, такая точность вполне достаточна для медицинских целей.

Когда температура изменяется сильно, данный способ не вполне адекватно описывает распределение температур. В качестве примера попробуем промоделировать вертикальную «вену». На рисунке 2 слева изображена образцовая карта, а справа – аппроксимация с помощью гармонических функций.

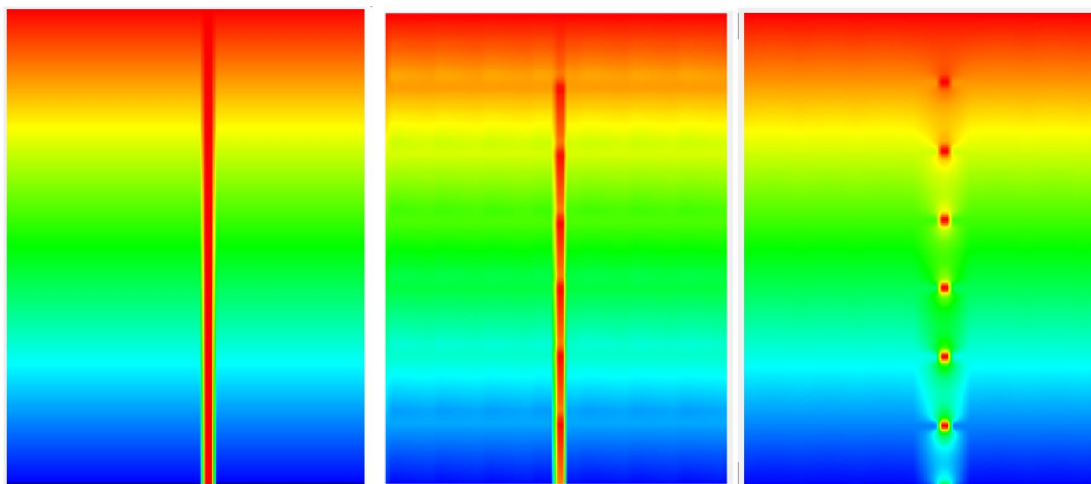


Рис. 2. Температурная карта с вертикальной «венной»

На модели видны отдельные точки вертикальной «вены», но сама она не улавливается моделью. Это связано с тем, что «вена» является сильным тепловым источником, в результате чего в уравнение Лапласа необходимо добавлять правую часть, зависящую от расположения «вены», которое нам известно лишь частично. Для моделирования ситуаций сильно меняющихся температур более подходящей аппроксимацией является приближение с помощью поверхностей Кунса (рис. 2, средняя карта).

Для построения поверхности Кунса [6] сначала кубическими сплайнами приближаются значения температуры на границах каждого квадрата, а затем температура в любой точке внутри квадрата определяется линейной интерполяцией между точками противоположных границ квадрата. В такой модели граничные условия влияют на температуру внутри квадрата сильнее, чем в модели гармонических функций.

На рисунке 3 показано сравнение двух моделей на примере карты с сильно меняющейся температурой. Левая карта – это образец, средняя – приближение с помощью поверхностей Кунса, правая – аппроксимация гармоническими функциями. Хорошо видно, что в случае быстро меняющихся температур (в левом верхнем углу карты) поверхности Кунса аппроксимируют температурные поля точнее, чем гармонические функции. Еще можно заметить, что поверхности Кунса улавливают и достаточно тонкие колебания температуры в нижней трети рисунка. В целом в случае медленно меняющихся температур поверхности Кунса чуть хуже описывают ситуацию (погрешность измерения около 2,5 %).

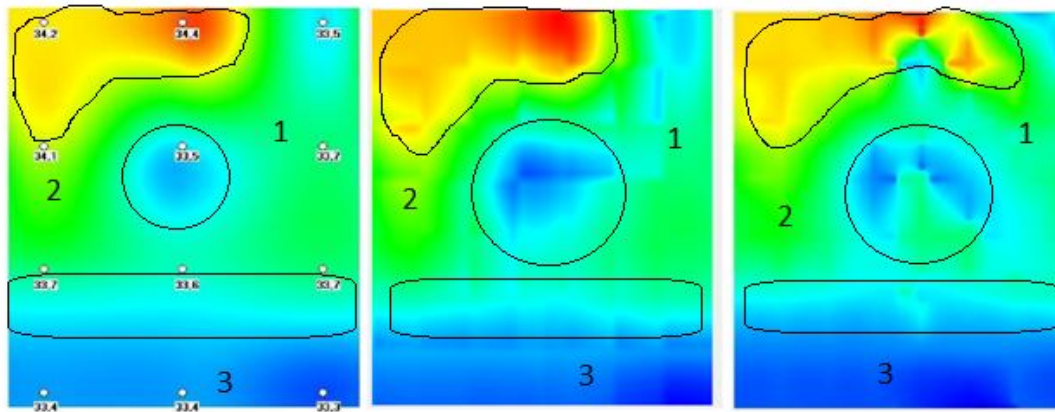


Рис. 3. Сравнение двух моделей аппроксимации

Таким образом, в случае плавного изменения температуры обе модели работают удовлетворительно, а в случае резких изменений лучше использовать приближение Кунса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анисимова, Е. В. О некоторых характерных признаках в диагностике венозных заболеваний нижних конечностей методом комбинированной термографии / Е. В. Анисимова, Т. В. Замечник, А. Г. Лосев, Е. А. Мазепа // Вестник новых медицинских технологий. – 2011. – Т. 18, № 2. – С. 329–330.
2. Замечник, Т. В. Изучение надежности комбинированной термографии как метода диагностики состояния вен нижних конечностей / Т. В. Замечник, Н. С. Овчаренко, С. И. Ларин, А. Г. Лосев // Флебология. – 2010. – Т. 4, № 3. – С. 23–26.
3. Замечник, Т. В. Способ комбинированной термометрии и математические модели вероятностной диагностики заболеваний вен нижних конечностей / Т. В. Замечник, С. И. Ларин, А. Г. Лосев, Н. С. Овчаренко // Вестник новых медицинских технологий. – 2009. – Т. 16, № 4. – С. 14–16.
4. Игнатов, М. И. Натуральные сплайны многих переменных / М. И. Игнатов, А. Б. Певный. – Л. : Наука, 1991. – 125 с.
5. Самарский, А. А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский. – 3-е изд., стер. – СПб. : Лан, 2005. – 288 с.
6. Шикин, Е. В. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователя / Е. В. Шикин, А. И. Плис. – М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 1996. – 240 с.

REFERENCES

1. Anisimova E.V., Zamechnik T.V., Losev A.G., Mazepa E.A. *O nekotoryh harakternyh priznakah v diagnostike venoznyh zabolevanij nizhnih konechnostej metodom kombinirovannoj termografii* [Some characteristic symptoms in the diagnosis of venous diseases of the lower extremities by a combination of thermography]. Herald of new medical technologies, 2011, vol. 18, no. 2, pp. 329–330.
2. Zamechnik T.V., Ovcharenko N. S., Larin S.I., Losev A.G. *Izuchenie nadezhnosti kombinirovannoj termografii kak metoda diagnostiki sostojanija ven nizhnih konechnostej* [Study of reliability of combined thermography as a method of diagnosing the state of the veins of the lower extremities]. Phlebology, 2010, vol. 4, no. 3, pp. 23–26.
3. Zamechnik T. V., Larin S. I., Losev A. G., Ovcharenko N. S. *Sposob kombinirovannoj termometrii i matematicheskie modeli veroyatnostnoj diagnostiki zabolevanij ven nizhnih konechnostej* [Combined method of thermometry and mathematical models of probabilistic diagnosis of diseases of the veins of the lower extremities]. Herald of new medical technologies, 2009, vol. 16, no. 4, pp. 14–16.

4. Ignatov M. I., Pevnyj A.B. *Natural'nye splajny mnogih peremennyh* [Natural splines many variables]. Leningrad, *Nauka*, 1991, 125 p.
5. Samarskij A. A. *Vvedenie v chislennye metody. ucheb. posobie dlja vuzov* [Introduction to Numerical Methods. Textbooks for higher education]. 3-e izd., ster. St. Petersburg, *Lan*, 2005, 288 p.
6. Shikin E.V., Plis A.I. *Krivye i poverhnosti na jekrane komp'yutera. Rukovodstvo po splajnam dlja pol'zovatelja* [Curves and surfaces on the computer screen. Guidance on splines for the user]. Moscow, *DIALOG-MIFI*, 1996, 240 p.

MODEL OF DATA APPROXIMATION FOR INFRARED THERMOMETRY

Gul'manov Aleksey Ataevich

Master Student in "Applied Mathematics and Informatics", Volgograd State University
zenovich@rambler.ru
Prospect Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Zenovish Andrey Vasilievich

Lecturer, Department of Fundamental Informatics and Optimal Control,
Volgograd State University
zenovich@rambler.ru
Prospect Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Abstract. We consider the problem of data approximation for infrared thermometry and creation of thermal cards for the surface of a human body based on temperature measurements by the infrared thermometer with several sensors. The measuring range is divided into cells of side 1 cm. As the result of measurements we know the values of temperature on the boundary of the square, and it's required to approximate the temperature inside the squares in order to build a heat map. The proposed approximation method can accurately capture a zone with sharply varying temperatures, and these zones are the most important in the diagnosis of various diseases. We consider two mathematical models of approximation: approximation by harmonic functions and approximation using Coons surfaces. In the first model, the values of harmonic functions in the internal nodes of the grid we found by solving the Dirichlet problem for the Laplace operator. To test the model we used the results of thermometry studies conducted over the past few years in the Volgograd Phlebology Centre of Prof. S. Larin. Computational experiments have shown that the approximation with harmonic functions works well in the case of slowly varying temperatures, but it's not sufficient for capturing the sharp fluctuations in the temperature. To simulate situations with radical changes in the temperatures is more suitable the approximation of Coons surfaces.

Key words: combined thermometry, infrared thermometry, RTM-diagnostics, Coons surfaces, approximation results.