



УДК 338.1(470)  
ББК 65.050(2Рос)

# МЕТОД ЭМПИРИЧЕСКИХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЩЕГО СОДЕРЖАНИЯ CO<sub>2</sub> ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРА GOSAT <sup>1</sup>

**Катаев Михаил Юрьевич**

Доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления  
Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники,  
профессор Юргинского технологического института (филиала)  
Национального исследовательского Томского политехнического университета  
katav.m@sibmail.com  
Проспект Ленина, 40, 634050 г. Томск, Российская Федерация

**Лукьянов Андрей Кириллович**

Аспирант Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники  
hyena116@mail.ru  
Проспект Ленина, 40, 634050 г. Томск, Российская Федерация

**Аннотация.** В статье приводится описание метода решения обратной задачи восстановления общего содержания CO<sub>2</sub> из спутниковых данных GOSAT, основанного на методе эмпирических ортогональных функций. Рассматриваются результаты обработки реальных спутниковых данных.

**Ключевые слова:** обратная задача, парниковые газы, общее содержание, эмпирические ортогональные функции, Фурье-спектрометр, спутниковые данные.

## Введение

Исследования климата Земли включают множество задач, которые связаны с изучением его изменчивости, исследования причин и взаимосвязи наблюдаемых изменений в зависимости от различных факторов (естественных или антропогенных). Важной задачей является получение количественных оценок факторов, определяющих изменения климата и связанных с ними других изменений, например, определение источников и стоков парниковых газов, поиск временных циклов газовых компонент атмосферы, определение формирования и пространственно-временного распределения аэрозолей и др. Решение обозначенных выше задач позволит уменьшить неопределенность в оценке прогноза изменений климата, уточнить модельное описание состояния атмосферы и климатической системы в целом.

Значимым фактором, влияющим на изменения климата Земли, является углекислый газ, знание пространственно-временного распределения (ПВР) которого важно для решения раз-

личных задач. Для построения и изучения ПВР  $\text{CO}_2$  необходимо иметь множество измерений, причем на равномерной пространственной и временной сетке. Имеющиеся источники информации о содержании  $\text{CO}_2$  в атмосфере [8–10] являются неравномерно распределенными по поверхности Земли, не все имеют регулярные по времени измерения, обладают различной точностью. Единственным способом, позволяющим получить необходимый и качественный объем данных о содержании  $\text{CO}_2$  в атмосфере, является спутниковый метод. Такие методы относятся к косвенным и требуют применения того или иного метода решения обратной задачи, для извлечения искомой информации из измеренных данных.

В данной статье рассматривается метод решения обратной задачи восстановления общего содержания  $\text{CO}_2$  из спутниковых данных, основанный на подходе эмпирических ортогональных функций. Спутниковые данные представляют собой измерения отраженного от поверхности Земли солнечного излучения в ближней ИК области спектра.

### Постановка обратной задачи

Прямую и обратную задачи можно записать в виде:

$$y = F(x, p) + \varepsilon_y, \quad (1)$$

$$x = B(y) + \varepsilon_x = B(F(\hat{x}, p), \varepsilon_y) + \varepsilon_x, \quad (2)$$

где  $y$  – вектор измерений в  $m$  точках (спектр отраженного солнечного излучения);  $x$  – вектор  $n$  искомых параметров (общее содержание  $\text{CO}_2$ );  $p$  – параметры модели (считаются известными);  $\varepsilon_y$  – шум измерений;  $F$  – модель прямой задачи (в нашем случае уравнение переноса излучения в атмосфере);  $B$  – оператор решения обратной задачи;  $\hat{x}$  – вектор оценок искомых параметров (априорная информация);  $\varepsilon_x$  – погрешности решения обратной задачи.

Практическая реализация решения обратной задачи требует знания, как это видно из (1, 2), модели переноса излучения и наличия обширной базы априорной информации о параметрах задачи. Понятно, что создание модели, учитывающей полно изменения параметров задачи, возможно лишь для лабораторных условий, а для реальных условий требуется тщательная, кропотливая настройка модели (1) (уменьшение величины  $\varepsilon_y$ ). К тому же в реальных условиях существенную роль играют погрешности измерений  $\varepsilon_x$ . Разработанные в литературе методы решения обратной задачи (например, [3; 5]) рассматривают данную задачу как некорректную, что заставляет применять различные методы регуляризации, которые также используют дополнительную априорную информацию об искомом решении. Изменение каких-либо условий задачи требует пересмотра всех компонент (1, 2), что является затратным по времени и ресурсам, но позволяет в итоге получить требуемый результат.

Для определения общего содержания  $\text{CO}_2$  нами был выбран метод эмпирических ортогональных функций (ЭОФ). Он основан на методе главных компонент (МГК) [4; 6; 7], сутью которого является представление измерений в ортонормированном пространстве векторов матрицы ковариации измерений. Как правило, метод ЭОФ применяется для исследования пространственно-временных зависимостей, а для решения обратных задач – очень редко.

По сути, традиционные подходы решения обратной задачи являются параметрическими, основанными на модели решения прямой задачи (1, 2). Предлагаемый нами подход связан с непараметрическим направлением, когда нами ищется взаимосвязь лишь между измерениями и искомыми параметрами.

### Описание метода решения обратной задачи

Имеем набор измерений  $Y$ , который содержит в себе информацию об искомом параметре (общем содержании  $\text{CO}_2$  на оптической трассе формирования сигнала). Между сигналом и искомым параметром существует некоторая функциональная связь, отображенная в виде выражения:

$$Y(i, j) = F(p(j)),$$

где  $Y$  – измеряемый сигнал;  $F$  – функционал, описывающий трансформацию излучения Солнца;  $p$  – искомый параметр;  $i = 1 \dots m$  – число спектральных каналов;  $j = 1 \dots n$  – число измерений в течение определенного времени.

Первым шагом в построении модели на основе ЭОФ является построение корреляционной матрицы:

$$C(i, j) = \sum_{l=1}^n (Y(i, l) - \bar{Y}(l)) \cdot (Y(j, l) - \bar{Y}(l)),$$

где  $\bar{Y}$  – осредненный сигнал для всех измерений  $n$ .

Далее корреляционная матрица раскладывается по собственным векторам и значениям:

$$\sum_{j=1}^n C(i, j) E(j, k) = \Lambda(k) E(i, k),$$

где  $E$  – собственные вектора;  $\Lambda$  – собственные значения.

На основе собственных значений можно построить ЭОФ:

$$G(k, i) = \sum_{j=1}^m E(j, i) (Y(j, k) - \bar{Y}(j)).$$

Линейная регрессия искомой величины с учетом ЭОФ может быть представлена следующим образом:

$$p(i) = \sum_{j=1}^{m1} A(j) G(i, j) + \bar{p},$$

где  $\bar{p}$  – среднее значение искомого параметра и  $m1$  – новое значение величины  $m$  ( $m1 < m$  [4]).

Решение этой системы линейных уравнений позволяет найти коэффициенты  $A$  и тем самым построить модель для обработки данных измерений в виде:

$$p_R = \sum_{j=1}^{m1} A(j) \sum_{l=1}^{m1} E(j, j) (Y(l) - \bar{Y}) + \bar{p}. \quad (3)$$

### Результаты применения метода

Для реализации метода ЭОФ нами составлен алгоритм и написана программа, позволяющая считывать реальные (или модельные) спутниковые сигналы GOSAT и восстанавливать общее содержание  $\text{CO}_2$  над данной точкой поверхности Земли [1; 2]. Работа с программой состоит из двух шагов: обучение и обработка. На этапе обучения программе необходимо предоставить матрицу сигналов спутника GOSAT за определенный промежуток времени над заданной точкой на поверхности Земли и общее содержание  $\text{CO}_2$ , полученное каким-либо способом.

В нашем случае используются данные станций TCCON [10]. В результате работы первого этапа получается набор коэффициентов уравнения (3)  $A$  и  $E$ . Второй этап связан с решением непосредственно обратной задачи для произвольно поступающих спутниковых сигналов для этой точки на поверхности Земли.

Точность восстановления зависит от количества собственных векторов корреляционной матрицы, которые были взяты из нахождения коэффициентов модели. Эмпирически нами найдено, что для относительной точности восстановления общего содержания  $\text{CO}_2$  в районе 1 % достаточно выбрать 200 (из 8 000) наиболее отклоняющихся от среднего значения частот сигнала из канала 2 GOSAT (район 1,6 мкм). И из построенной на их основе корреляционной матрицы взять первые 20 собственных векторов [параметр  $m_1$ , см. (3)] для нахождения коэффициентов.

Данные об общем содержании  $\text{CO}_2$  брались для станции Lamont сети TCCON. Сеть TCCON является глобальной сетью инструментов измерения количества двуокси углерода, метана, окиси углерода, окиси азота и других газов в атмосфере Земли.

На рисунках 1, 2 представлено сравнение общего содержание  $\text{CO}_2$  по данным станции TCCON Lamont за 2010 г. (сплошная линия) и восстановленным значениям по данным GOSAT (кружки). Из рисунка 1 видно, что предлагаемый нами метод позволяет восстановить общее содержание  $\text{CO}_2$  для исследуемой пространственной точки с хорошей точностью. На рисунке 2 показано сравнение восстановленных значений общего содержания  $\text{CO}_2$  и измеренных на станции Lamont. Из рисунка можно определить, что среднее значение отклонений восстановленных и измеренных значений общего содержания  $\text{CO}_2$  составляет не менее 1 ppm. Данная точность является достаточной для решения многих прикладных задач оценки изменений климата, переноса газов и др.

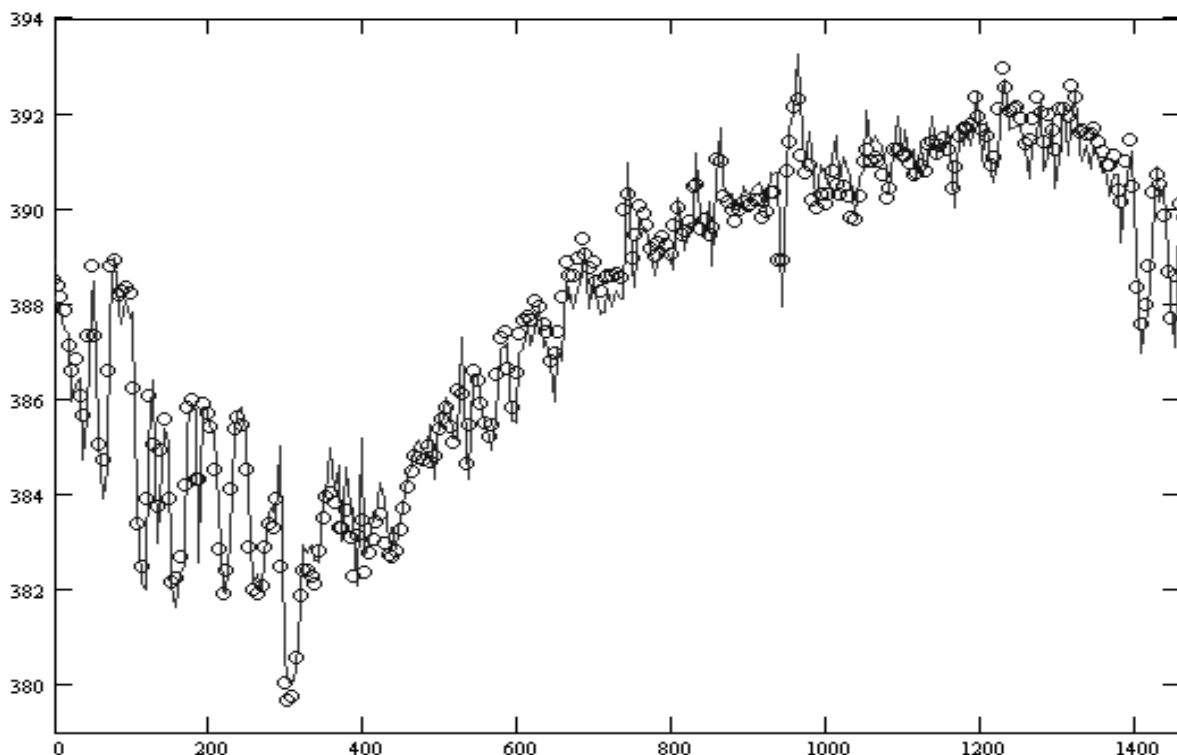


Рис. 1. Общее содержание  $\text{CO}_2$  по данным станции TCCON Lamont за 2010 г. (сплошная линия) в сравнении с восстановленными значениями по данным GOSAT (кружки)

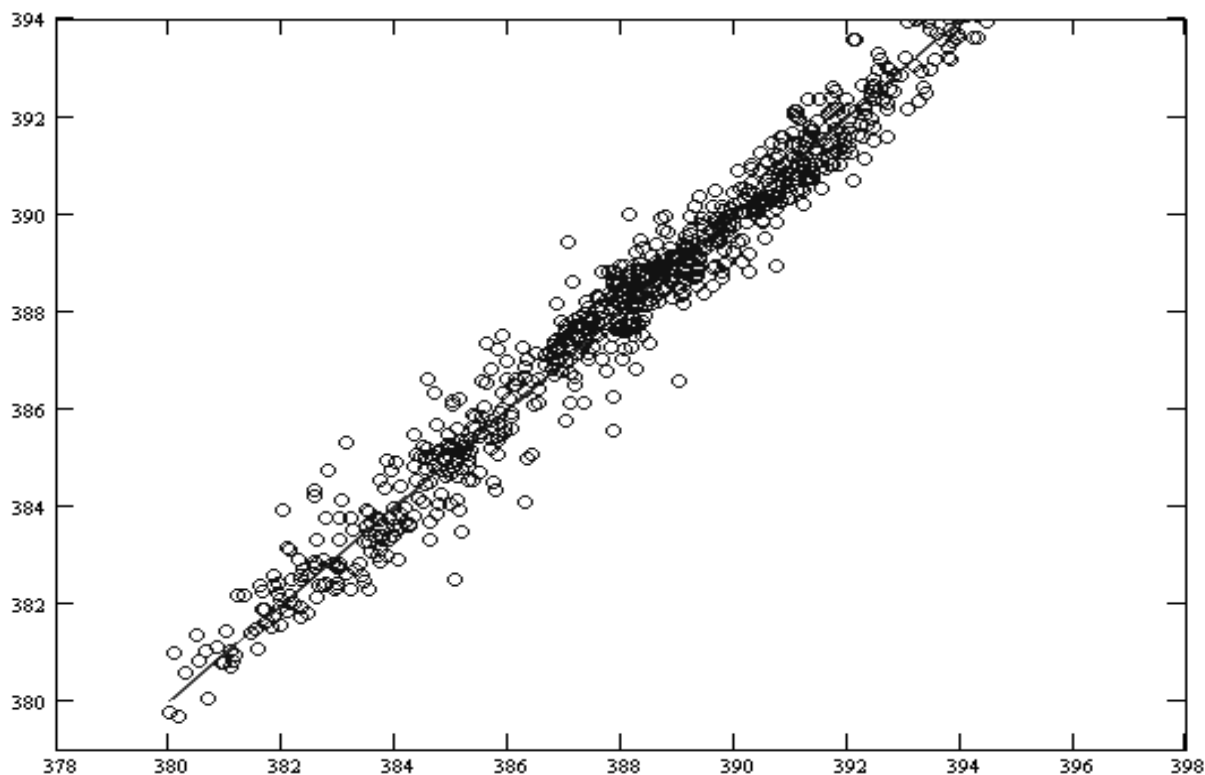


Рис. 2. Сравнение общего содержания  $\text{CO}_2$  по данным станции TCCON Lamont за 2010 г. (сплошная линия) и восстановленных значений по данным GOSAT (кружки)

### Заключение

В статье приводится описание метода эмпирических ортогональных функций для решения обратной задачи восстановления общего содержания  $\text{CO}_2$  из данных спутникового Фурье-спектрометра GOSAT. Приведены примеры обработки реальных данных и определена точность восстановления.

### ПРИМЕЧАНИЕ

<sup>1</sup> Работа частично поддержана грантом РФФИ № 13-05-01036.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Катаев, М. Ю. Математические алгоритмы обработки и анализа данных спутникового Фурье-спектрометра в ближней ИК-области спектра / М. Ю. Катаев, С. Г. Катаев, Ш. Максюттов, А. Г. Андреев, С. А. Базелюк, А. К. Лукьянов // Известия вузов. Физика. – 2012. – № 3. – С. 84–90.
2. Катаев, М. Ю. Непараметрические математические методы восстановления общего содержания  $\text{CO}_2$  из данных спутникового мониторинга / М. Ю. Катаев, С. Г. Катаев, А. Г. Андреев, С. А. Базелюк, А. К. Лукьянов // Доклады ТУСУР. – 2011. – Т. 2 (24), ч. 3. – С. 181–186.
3. Киселев, В. Н. Методы зондирования окружающей среды (атмосферы) : учебник / В. Н. Киселев, А. Д. Кузнецов. – СПб. : Изд-во РГГМУ, 2004. – 429 с.
4. Обухов, А. М. О статистически ортогональных разложениях эмпирических функций / А. М. Обухов // Известия АН СССР. Серия геофизическая. – 1960. – № 3. – С. 432–439.

5. Тимофеев, Ю. М. Математические аспекты решения обратных задач атмосферной оптики : учеб. пособие / Ю. М. Тимофеев, А. В. Поляков. – СПб. : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2001. – 188 с.
6. Фортус, М. И. Метод эмпирических ортогональных функций и его применение в метеорологии / М. И. Фортус // Метеорология и гидрология. – 1980. – № 4. – С. 113–119.
7. Hannachi, A. Empirical orthogonal functions and related techniques in atmospheric science: A review / A. Hannachi, I. T. Jolliffe, D. B. Stephenson // International journal of climatology. – 2007. – V. 27, № 9. – P. 1119–1152.
8. [www.wmo.int](http://www.wmo.int).
9. [www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/globalview/co2/](http://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/globalview/co2/).
10. [www.tcon.caltech.edu](http://www.tcon.caltech.edu).

### **REFERENCES**

1. Kataev M. Ju., Kataev S. G., Maksjutov Sh., Andreev A. G., Bazeljuk S. A., Luk'janov A. K. *Matematicheskie algoritmy obrabotki i analiza dannyh sputnikovogo Fur'e-spektrometra v blizhnej IK-oblasti spectra* [Mathematical algorithms for processing and analysis of satellite FTIR spectrometer in the near infrared region of the spectrum]. *Proceedings of Higher Education. Physics*, 2012. no 3, pp. 84–90.
2. Kataev M. Ju., Kataev S. G., Andreev A. G., Bazeljuk S. A., Luk'janov A. K. *Neparametricheskie matematicheskie metody vosstanovlenija obshhego sodержaniya CO<sub>2</sub> iz dannyh sputnikovogo monitoringa* [Nonparametric mathematical methods restore the total CO<sub>2</sub> content of satellite monitoring data]. *Reports TUSUR*, 2011, vol. 2 (24), part 3, pp. 181–186.
3. Kiselev V. N., Kuznecov A. D. *Metody zondirovanija okruzhajushhej sredy (atmosfera)* [Methods for environmental sensing(atmosphere)]. St. Petersburg, RSHU Publ., 2004, 429 p.
4. Obuhov A. M. *O statisticheski ortogonal'nyh razlozhenijah jempiricheskikh funkcij* [About statistical-ly orthogonal expansion sempirical functions]. *Izvestija ANSSSR. Serija geofizicheskaja*, 1960, no. 3, pp. 432–439.
5. Timofeev Ju. M., Poljakov A. V. *Matematicheskie aspekty reshenija obratnyh zadach atmosfernoj optiki* [Mathematical aspects of the solution of inverse problems of atmospheric optics]. St. Petersburg, SPBU Publ., 2001, 188 p.
6. Fortus, M. I. *Metod jempiricheskikh ortogonal'nyh funkcij i ego primenenie v meteorologii* [The method of empirical orthogonal functions and its application in meteorology]. *Meteorology and Hydrology*, 1980, no. 4, pp. 113–119.
7. Hannachi A., Jolliffe I. T., Stephenson D. B. Empirical orthogonal functions and related techniques in atmospheric science. *International journal of climatology*, 2007, vol. 27, no. 9. pp. 1119–1152.
8. [www.wmo.int](http://www.wmo.int).
9. [www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/globalview/co2/](http://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/globalview/co2/).
10. [www.tcon.caltech.edu](http://www.tcon.caltech.edu).

## **THE METHOD OF EMPIRICAL ORTHOGONAL FUNCTIONS IN THE TASK OF THE CO<sub>2</sub> TOTAL CONTENT RETRIEVING ACCORDING TO SATELLITE FOURIER SPECTROMETER GOSAT DATA**

**Kataev Mikhail Yurievich**

Professor, Department of Automated Control Systems, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics; Professor, Yurga Technological Institute (branch) of National Research Tomsk Polytechnic University  
[katav.m@sibmail.com](mailto:katav.m@sibmail.com)  
 Prospect Lenina, 40, 634050 Tomsk, Russian Federation

**Lukuanov Andrey Kirillovich**

Post-graduated Student, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics

hyena116@mail.ru

Prospect Lenina, 40, 634050 Tomsk, Russian Federation

**Abstract.** The article describes a method for solving of the inverse problem of the CO<sub>2</sub> total content retrieving from GOSAT satellite data, based on the method of empirical orthogonal functions. Given results of the processing of the real satellite data.

The accumulation of carbon dioxide in the atmosphere is one of the main causes of the greenhouse effect. Carbon dioxide acts in the atmosphere, as the glass in the room: he passes solar radiation and drops back into space infrared (thermal) radiation of the Earth. The content of greenhouse gases – CO<sub>2</sub>, Methane and other gases associated with industrial activity of the human steadily increases. Carbon dioxide in the atmosphere acts as a potent scavenger of terrestrial radiation, which otherwise would disperse in space.

In modern times is becoming popular development of the different computer models of climate change on the Earth on the basis of natural and anthropogenic factors. They are based on variants of interaction of different climatic parameters, such as soil, air, water, glaciers and solar energy. For each part of the planet, scientists have calculated the effect of such factors as temperature, rotation of the Earth, part of the surface above sea level and other climatic conditions. These models require extensive flows of baseline information, including information about the total CO<sub>2</sub> content with detailed space-time grid over the globe.

For reliable determination of the CO<sub>2</sub> total content, for validation of numerical models and developed on their basis of forecasts need a major review of the earth's surface for a long time. Until recently, in the world there was neither the methodology nor the instrumentation, which would combine the globality of measurements with high resolution. Such measurements are needed for testing and monitoring the effectiveness of introduced now international restrictions on the burning of fossil fuels and other.

Monitoring of CO<sub>2</sub> in the atmosphere using space assets has not yet been adequately developed. Only two satellite instrument (SCIAMACHY and GOSAT) allow monitoring mode to measure the CO<sub>2</sub> total content. For obtaining data on a global character requires accurate and localized measurements from satellites. Different methods of data processing of satellite measurements, when the device is large enough, however, to the small size of the spacecraft many tasks, such as equipment and techniques remain open. The most promising hardware solution, are spectroscopic measurements in the near infrared range with a high spectral resolution. For solving the inverse problem of restore of the total content of CO<sub>2</sub> and other gases us proposes a methodology for the empirical orthogonal functions, which allows you to accurately and very quickly obtain acceptable for the accuracy of the solution (not more than 0,3–0,5 % or near 1 ppm.). This precision is sufficient for the work of many of numerical algorithms for solving problems of climate change, search sinks and sources of gas on the surface of the Earth and other.

**Key words:** inverse problem, greenhouse gases, gases total content, empirical orthogonal functions, Fourier-spectrometer, satellite data.