



УДК 524.7-8
ББК 22.193

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ВЫСВЕЧИВАНИЕМ НА ЛОКАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОВОГО САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ДИСКА

Мусцевой Виктор Васильевич

Доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник отдела радиофизики и космических исследований
Научно-исследовательского института физики Южного федерального университета
vvmusts@mail.ru
просп. Стачки, 194, 344090 г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Аннотация. Представлены результаты линейного анализа устойчивости газового диска, в котором нагрев и охлаждение высвечиванием динамически важны. Показано, что охлаждение приводит к затуханию акустической моды и усиливает неустойчивые гравитационные моды. Энтропийно-гравитационная мода неустойчива для любой длины волны и локальный критерий устойчивости нарушается. Эти эффекты могут влиять на механизм формирования наблюдаемой структуры газовых дисков галактик.

Ключевые слова: газовые галактические диски, критерий устойчивости Тоомре, динамическое охлаждение высвечиванием, линейный анализ устойчивости, самогравитация.

Для правильного понимания протекающих в галактических дисках процессов и интерпретации данных наблюдений крайне важным является выявление условий, при выполнении которых галактический диск находится на пороге гравитационной устойчивости. Исследование этого вопроса было начато Тоомре в [7] и с тех пор неоднократно продолжалось многими авторами (подробно об этом см.: [2]). В [2] подробно анализируются различные факторы, оказывающие влияние на гравитационную устойчивость диска, как стабилизирующие — температура (дисперсия скоростей), вращение, конечная толщина диска (в отличие от бесконечно тонкого), — так и дестабилизирующие — дифференциальность вращения, неоднородность диска по радиальной координате и диссипативные эффекты. Однако физическая природа последних в [2] не конкретизировалась, и был сделан вывод, что их учет в первом приближении несуществен (за исключением быстрой диссипативной неустойчивости, не имеющей места в наиболее коротковолновом пределе). Тем не менее нами в [1] было показано, что учет динамического охлаждения высвечиванием приводит к неустойчивости при любых длинах волн (тот факт, что газовый галактический диск теряет энергию на излучение, не нуждается в обосновании — иначе бы он не наблюдался). Поэтому нам представляется актуальной адаптация результатов работы [1] к вращающемуся газовому диску.

В связи со сказанным выше, мы проведем локальное коротковолновое рассмотрение ($kL_\sigma \gg 1$, где k — волновое число, L_σ — характерный масштаб неоднородностей равновесных параметров диска) в рамках наиболее простой стационарной модели однородного (плотность $\rho_0 = const$, адиабатическая скорость звука $c_s = const$), твердотельно вращающегося с угловой скоростью $\Omega = const$ самогравитирующего цилиндра. Стационарный баланс сил обеспечивается выполнением условия:

$$\Omega^2 r = \frac{\partial \Psi_0}{\partial r}, \tag{1}$$

где r — радиальная координата; Ψ_0 — совокупный гравитационный потенциал, такой, что:

$$\Psi_0 = C_\Psi + \frac{\Omega^2 r^2}{2}; \tag{2}$$

здесь C_Ψ — нормировочная постоянная.

Среду моделируем невязким сжимаемым самогравитирующим идеальным газом с уравнением состояния, которое можно выписать в одной из эквивалентных форм:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{c_s^2}{\gamma} = (\gamma - 1)\varepsilon = \frac{R}{\mu}T. \tag{3}$$

Здесь p — давление; ρ — плотность; γ — показатель адиабаты; ε — плотность внутренней энергии; R — универсальная газовая постоянная; μ — молярная масса вещества; T — абсолютная температура среды. Таким образом, T , ε и c_s^2 одинаково характеризуют интенсивность хаотического теплового движения частиц среды, препятствующего гравитационному сжатию. Отметим, однако, что, в отличие от T и ε , $c_s^2 = (\partial p / \partial \rho)_S$ при учете нагрева и охлаждения не испытывает возмущений, поскольку производная вычисляется при постоянной энтропии среды S .

Учтем возможность охлаждения газа высвечиванием ($q < 0$), либо его нагрева внешним излучением ($q > 0$), где $q = \Gamma - \rho\Lambda$ — количество энергии, поглощаемое единицей массы вещества в единицу времени; $\Gamma = \Gamma(T)$ — функция нагрева; $\Lambda = \Lambda(T)$ — функция охлаждения, зависящие только от температуры T .

Зависимость $\Lambda(T)$ для межзвездной среды и для фотоионизованного газа хорошо исследована и приводится, например, в работах [5; 6]. Для широких диапазонов температур ее с хорошей степенью точности можно аппроксимировать степенными функциями. Будем считать, что выполняется: $\Lambda(T) = \Lambda(\varepsilon) = C_\Lambda \varepsilon^c$, где C_Λ — нормировочная постоянная. Аналогично полагаем, что $\Gamma(T) = \Gamma(\varepsilon) = C_\Gamma \varepsilon^h$.

Работаем в локальной вращающейся вместе с веществом декартовой системе координат, ось z которой параллельна оси вращения, а ось x направлена вдоль радиальной координаты.

Исходной является следующая выписанная в используемой неинерциальной системе отсчета система уравнений газодинамики, дополненная уравнением Пуассона на гравитационный потенциал Ψ и уравнением состояния (3):

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} - 2[\mathbf{V}, \boldsymbol{\Omega}] - \Omega^2 R_0 \mathbf{e}_x = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla \Psi, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\rho + \rho \operatorname{div}\mathbf{V} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\varepsilon + (\gamma - 1)\varepsilon \operatorname{div}\mathbf{V} = q, \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)p = c_s^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\rho \right] + (\gamma - 1)\rho_0 \varepsilon_0 \frac{q}{\varepsilon}, \quad (7)$$

$$\Delta \Psi = 4\pi G \rho. \quad (8)$$

В (4) R_0 — радиус рассмотрения; \mathbf{e}_x — единичный орт вдоль оси x . Индексом «0» помечены начальные равновесные стационарные значения величин, вывод уравнения (7) приведен в [1].

Как следует из (6)–(7), для осуществления стационарного баланса необходимо выполнение $q_0 = \Gamma_0 - \rho_0 \Lambda_0 = 0$. Это означает, что выполняется

$$C_\Gamma = C_\Lambda \rho_0 \varepsilon_0^{c-h}. \quad (9)$$

Применяем стандартную процедуру линеаризации, для чего все величины представляем в виде: $f(\mathbf{r}, t) = f_0 + \tilde{f}(\mathbf{r}, t)$, где $|\tilde{f}| \ll f_0$, и пренебрегаем квадратичными по малым возмущениям слагаемыми [при вычислении q используем (9) и следствие разложения в ряд: $(1+x)^n \simeq 1+nx$ для $|x| \ll 1$]; из (4)–(8) с учетом (1) и (9) получаем:

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}}{\partial t} - 2[\tilde{\mathbf{V}}, \boldsymbol{\Omega}] = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p} - \nabla \tilde{\Psi}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \tilde{\mathbf{V}} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + (\gamma - 1)\varepsilon_0 \operatorname{div} \tilde{\mathbf{V}} = C_\Lambda \rho_0 \varepsilon_0^c \left[(h - c) \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} - \frac{\tilde{p}}{\rho_0} \right], \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = c_s^2 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + (\gamma - 1) C_\Lambda \rho_0^2 \varepsilon_0^c \left[(h - c) \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_0} - \frac{\tilde{p}}{\rho_0} \right], \quad (13)$$

$$\Delta \tilde{\Psi} = 4\pi G \tilde{\rho}. \quad (14)$$

Поскольку система (10)–(14) однородна по пространственным координатам и времени, ищем решение в виде: $\tilde{f}(\mathbf{r}, t) = \hat{f} \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$, где \hat{f} — комплексная амплитуда возмущений; \mathbf{k} — волновой вектор, для квадрата которого выполняется $\mathbf{k}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$; ω — комплексная частота возмущений; наличие $\operatorname{Im} \omega > 0$ — инкремента — означает развитие неустойчивости. Последовательное исключение неизвестных приводит к дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned} & \omega \left[\omega^2 (\omega^2 + \omega_J^2 - k^2 c_s^2 - 4\Omega^2) - 4\Omega^2 \left(\frac{k_z^2}{k^2} \omega_J^2 - k_z^2 c_s^2 \right) \right] - \\ & - i \omega_\Lambda \left\{ \omega^2 \left[\gamma (h - c) (\omega^2 + \omega_J^2 - k^2 c_s^2 - 4\Omega^2) + k^2 c_s^2 [(\gamma - 1)(h - c) - 1] \right] + \right. \\ & \left. + 4\Omega^2 k_z^2 c_s^2 \left[1 - (h - c) \left(\gamma \frac{\omega_J^2}{k^2 c_s^2} - 1 \right) \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь введены обозначения квадрата частоты Джинса и характерного обратного времени

охлаждения высвечиванием соответственно:

$$\omega_J^2 = 4\pi G\rho_0, \quad \omega_\Lambda = (\gamma - 1) C_\Lambda \rho_0 \frac{\varepsilon_0^c}{c_s^2}. \quad (16)$$

Уравнение (15) описывает пять мод колебаний среды — две из них имеют смешанный акустически-гироскопический характер [гироскопические моды являются частным случаем эпициклических колебаний среды с квадратом частоты $\kappa^2 = 2\Omega(2\Omega + rd\Omega/dr)$ при твердотельном вращении], одну энтропийную и две моды внутренних гравитационных волн. Чтобы обосновать последнее утверждение, замечаем, что k_z входит в уравнение только в комбинации $k_z\Omega$ и исчезает при $\Omega \equiv 0$. Это отражение того факта, что выделенное направление в рассматриваемой модели связано только с вращением. При $k_z = 0$ уравнение (15) существенно упрощается до уравнения третьей степени, и две моды оказываются вырожденными. Это прямое следствие того, что мы рассматриваем сильно упрощенную модель, в которой отсутствует z -структура распределений равновесных величин, и сила тяжести перпендикулярна оси вращения. Соответственно, внутренние гравитационные волны, способные распространяться только под углом к вектору силы тяжести, при $k_z = 0$ исчезают. Если положить в (15) $\omega_\Lambda = 0$, энтропийная мода также оказывается вырожденной — для нее $\omega \equiv 0$; при этом (15) переходит в закон дисперсии вращающегося гравитирующего цилиндра [2; 4]. В другом предельном случае — $\Omega = 0$ — уравнение (15) переходит в полученное нами в [1]. Наконец, при $\Omega = 0$ и $\omega_\Lambda = 0$ получаем $\omega^2 = k^2 c_s^2 - \omega_J^2$ — классический закон дисперсии Джинса [2; 4].

Для дальнейшей работы это уравнение удобно обезразмерить. Делим (15) на $k^5 c_s^5$ и вводим обозначения:

$$z = \frac{\omega}{kc_s}, \quad W = \frac{\Omega}{kc_s}, \quad \frac{k_J}{k} = \frac{\omega}{kc_s}, \quad J = z^2 - 1 + \frac{k_J^2}{k^2} - 4W^2, \quad R_\Lambda = \frac{\omega_\Lambda}{kc_s}. \quad (17)$$

Тогда из (15) получаем:

$$z \left[z^2 J - 4W^2 \frac{k_z^2}{k^2} \left(\frac{k_J^2}{k^2} - 1 \right) \right] - i R_\Lambda \left\{ z^2 \left[\gamma(h - c)J + (\gamma - 1)(h - c) - 1 \right] + 4W^2 \frac{k_z^2}{k^2} \left[1 - (h - c) \left(\gamma \frac{k_J^2}{k^2} - 1 \right) \right] \right\} = 0. \quad (18)$$

В прикладном смысле наибольший интерес представляют возмущения, распространяющиеся в плоскости диска [2]; кроме того, в свете сказанного после уравнения (15), для случая $k_z = 0$ наше рассмотрение будет наиболее корректно, поэтому далее мы им и ограничимся. Тогда из (18) следует:

$$zJ - iR_\Lambda[(h - c)(\gamma J + \gamma - 1) - 1] = 0. \quad (19)$$

Формально уравнение (19) совпадает с дисперсионным уравнением из работы [1], отличаясь лишь одним дополнительным слагаемым в J (квадратом гироскопической частоты); его мы исследуем численно в дальнейшем; здесь, также как и в [1], приведем две полезные асимптотики.

Пусть отклонения от закона дисперсии $J = 0$ не слишком значительны:

$$z = z_0 + \delta z, \quad z_0 = \sqrt{1 - \frac{k^2 J}{k^2} + 4W^2}, \quad |\delta z| \ll |z_0|. \quad (20)$$

Тогда, в пренебрежении квадратично малыми слагаемыми, из (19) нетрудно получить:

$$\delta z \simeq \frac{1}{2z_0} \frac{iR_\Lambda[(h-c)(\gamma-1)-1]}{z_0 - iR_\Lambda\gamma(h-c)}. \quad (21)$$

Отметим, что асимптотика (21) не работает вблизи границы маргинальной устойчивости ($z_0 \rightarrow 0$), где нарушается последнее условие в (20).

Поскольку для межзвездной среды при температурах $T < 10^3$ К с хорошей точностью можно полагать $c \simeq 1$ (см., например, [3]), рассмотрим частный, но полезный случай $h = c$ (в частности, это соответствует линейным функциям нагрева и охлаждения: $h = 1$, $c = 1$; реально наблюдаемая в газовых галактических дисках температура примерно на порядок выше, однако такой разогрев может являться уже следствием развития неустойчивости в изначально более холодном диске). Тогда из (21) получаем:

$$\delta z \simeq -\frac{iR_\Lambda}{2z_0^2}. \quad (22)$$

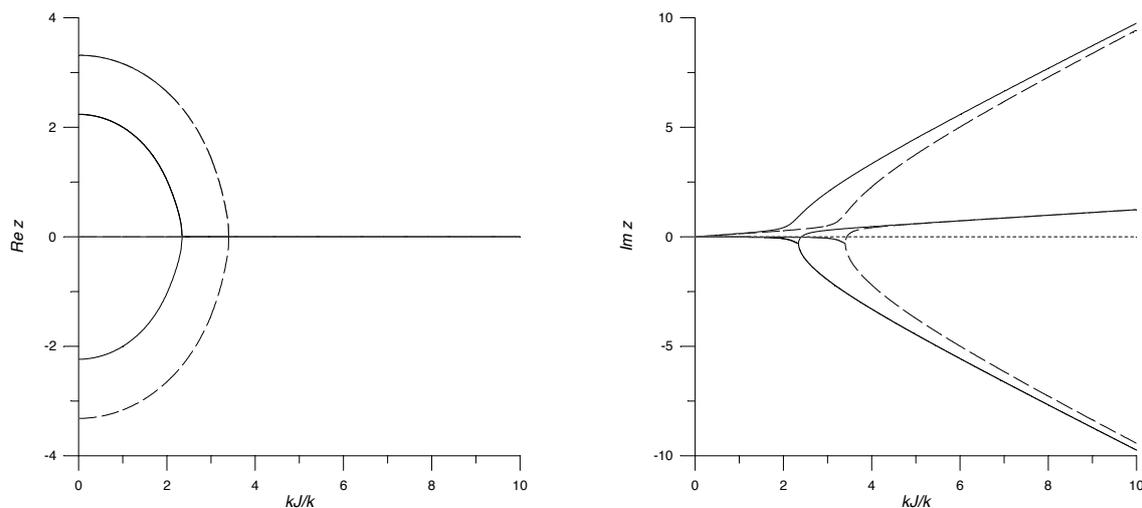
Из (22) следует, что для коротких длин волн, когда в адиабатическом случае неустойчивости нет ($k^2 c_s^2 + 4\Omega^2 > 4\pi G\rho_0$), высвечивание приводит к затуханию волн, в обратном случае — к усилению неустойчивости. Это прямое следствие отрицательности гравитационной энергии — потеря системой энергии приводит к росту абсолютной величины этой энергии.

На рисунке мы приводим результаты численного исследования уравнения (19), проведенного для наиболее интересного в прикладном смысле температурного диапазона $10^3 \text{ К} \leq T \leq 10^5 \text{ К}$, наиболее близкого к наблюдаемому в газовых дисках галактик, когда выполняется $c \simeq 1/2$ [3; 5; 6].

Качественно результаты очень похожи на приведенные на рисунке 3 в [1], однако вращение, как и указано в [2], оказывает стабилизирующее воздействие и «сдвигает» характерную картину дисперсионных кривых в сторону больших длин волн. Тем не менее, как и в [1], из полученных результатов следует, что учет сколь угодно малого охлаждения высвечиванием приводит к тому, что неустойчивые решения существуют для любых длин волн возмущений. При этом наиболее неустойчивой оказывается энтропийная мода колебаний среды, являющаяся при $\Lambda = 0$ вырожденной ($\omega \equiv 0$).

Кроме того, так же как и на рисунке 3 в [1], мы видим, что в длинноволновой области ($k < k_{cr}$) слабо неустойчивыми становятся возмущения на одной из появляющихся при расщеплении в точке $k = k_{cr}$ ветвей, дисперсионные кривые которых отвечают при $k_{cr} < k$ затухающим акустическим модам с $\text{Re}\omega/k < 0$ и с $\text{Re}\omega/k > 0$, причем, что важно для нашего рассмотрения, стабилизация вращением не устраняет этого эффекта.

Резюмируя сказанное, делаем вывод, что получение критерия гравитационной устойчивости газового диска при учете динамического охлаждения высвечиванием оказывается невозможным, так как энтропийная мода колебаний оказывается неустойчивой при любых длинах волн возмущений.



Безразмерная фазовая скорость возмущений $\text{Re}(\omega/kc_s)$ (слева) и их относительная скорость роста $\text{Im}(\omega/kc_s)$ (справа) в зависимости от безразмерного обратного волнового числа k_J/k для различных значений параметра $W^2 = \Omega^2/k^2c_s^2$, характеризующего вращение. $W^2 = 4$ — сплошные кривые, $W^2 = 10$ — длинный штрих; короткой штриховой линией обозначено значение $\text{Im } z = 0$. Характеризующий интенсивность охлаждения высвечиванием параметр $R_\Lambda = 0.15$. Показатель степени в температурной зависимости $\Lambda = \Lambda(T)$ равен $c = 1/2$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бисенгалиев, Р. А. Влияние охлаждения высвечиванием на дисперсию волн в однородной среде с магнитным полем / Р. А. Бисенгалиев, В. В. Мусцевой // *Астрофизический бюллетень*. — 2014. — Т. 69, № 2 (в печати).
2. Морозов, А. Г. Физика дисков / А. Г. Морозов, А. В. Хоперсков. — Волгоград : Изд-во ВолГУ, 2005. — 423 с.
3. Пикельнер, С. П. Происхождение и эволюция галактик и звезд / С. П. Пикельнер. — М. : Наука, 1976. — 408 с.
4. Поляченко, В. Л. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем / В. Л. Поляченко, А. М. Фридман. — М. : Наука, 1976. — 447 с.
5. Hardee, P. E. The stability of radiatively cooling jets. I. Linear analysis / P. E. Hardee, J. M. Stone // *The Astrophysical Journal*. — 1997. — Vol. 483, № 1. — P. 121–135.
6. MacDonald, J. The evolution of flows of stellar mass loss in active galaxies / J. MacDonald, M. E. Bailey // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1981. — Vol. 197. — P. 995–1019.
7. Toomre, A. On the gravitational stability of a disk of stars / A. Toomre // *Astrophysical Journal*. — 1964. — Vol. 139. — P. 1217–1238.

REFERENCES

1. Bisengaliev R.A., Mustsevov V.V. Vliyanie okhlazhdeniya vysvechivaniem na dispersiyu voln v odnorodnoy srede s magnitnym polem [Effect of radiation cooling on the wave dispersion in a homogeneous medium with a magnetic field]. *Astrofizicheskiy byulleten'* [Astrophysical Bulletin], 2014, vol. 69, no. 2, in press.

2. Morozov A.G., Khoperskov A.V. *Fizika diskov* [Physics of disks]. Volgograd, Izd-vo VolGU Publ., 2005. 423 p.
3. Pikel'ner S.P. *Proiskhozhdenie i evolyutsiya galaktik i zvezd* [The origin and evolution of galaxies and stars]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 408 p.
4. Polyachenko V.L., Fridman A.M. *Ravnovesie i ustoychivost' gravitiruyuschikh sistem* [Equilibrium and stability gravitational systems]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 447 p.
5. Hardee P.E., Stone J.M. The stability of radiatively cooling jets. I. Linear analysis. *The Astrophysical Journal*, 1997, vol. 483, no. 1, pp. 121–135.
6. MacDonald J., Bailey M.E. The evolution of flows of stellar mass loss in active galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1981, vol. 197, pp. 995–1019.
7. Toomre A. On the gravitational stability of a disk of stars. *Astrophysical Journal*, 1964, vol. 139, pp. 1217–1238.

**INFLUENCE OF DYNEMICAL RADIATIVE COOLING
ON THE LOCAL CRITERION OF GRAVITATIONAL STABILITY
OF SELFGRAVITATION GASEOUS DISK**

Mustsevoy Viktor Vasil'evich

Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Leading Researcher, Department of Radiophysics and Cosmic Investigation
Science Investigate Institute of Physics of South Federal University
vvmusts@mail.ru
Prosp. Stachki, 194, 344090 Rostov-on-Don, Russian Federation

Abstract. The results of a linear stability analysis of gaseous disk, in which heating and radiative cooling is dynamically important, we are presented. It is shown that cooling gives weak damping of acoustical modes and make more unstable gravity modes. So, the entropical-gravity mode is unstable for any wavelength and the local criterion of gravitational stability is absent. These effects may to influence on the mechanism of observational structure of gaseous disk in galaxies forming.

The physical cause of instability is phase shift between disturbances of internal energy and pressure on the one hand and disturbances of density on other hand, which uniquely determines by dispersion law. For acoustic modes all disturbances are in phase — increase of density leads to increase of internal energy; the wave behaves in the usual way. For the entropy modes disturbances of density are not in phase with disturbances of pressure and internal energy. So, local increase of density leads to decrease of pressure and internal energy. This is energetically favorable in accordance with the Le Chatelier — Brown principle and increases in time.

Key words: gaseous galactic disks, Toomre stability criteria, dynamic radiative cooling, linear stability analysis, self-gravity.