



УДК 519
ББК 22.17

МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ОПЕРАЦИОННОГО ЯДРА ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

А.А. Воронин, М.А. Харитонов

Построена модель динамической оптимизации структуры операционного ядра организации, состоящей из подсистемы базовой технологии и подсистем вспомогательных производств. Производственная функция операционного ядра представлена в виде суперпозиции производственных функций Леонтьева, отвечающих каждому из его структурных элементов. Задача решается методом динамического программирования, в котором уравнение Беллмана сведено к задаче линейного программирования с параметром, описывающим структуру операционного ядра. Разработан алгоритм автоматического построения исходных уравнений для каждого значения параметра. Представлены результаты численного решения оптимизационной задачи в широком диапазоне переменных и параметров модели.

Ключевые слова: *организационная система, операционное ядро, оптимизация структуры, производственная функция, линейное программирование, оптимальное управление, динамическое программирование.*

Введение

Воронин А.А., Харитонов М.А., 2012
©

Глобализация и ускорение социально-экономических процессов в последние десятилетия обуславливают актуальность задачи синтеза оптимальных механизмов функционирования, адаптации и развития организационных систем (ОС) в условиях непрерывно изменяющейся внутренней и внешней среды. Постановка и решение этих задач требует создания понятийного, методологического и технического аппарата структурной динамики ОС. Действительно, классификация задач управления по временному основанию разделяет управление функционированием (краткосрочное или оперативное) и управление изменениями (реинжиниринг — модификация или организационный дизайн — построение новой организации), делится в свою очередь на управление адаптацией (среднесрочное или тактическое) и развитием (долгосрочное или стратегическое). В свою очередь процесс организационного дизайна традиционно делится на следующие три последовательных этапа: дизайн технологической, организационно-управленческой структуры

и механизмов функционирования и управления. Первый этап сводится к построению оптимального (в том или ином смысле) технологического графа операций и их распределению по исполнителям. Обычно эта задача обособлена от задач оптимизации управленческой структуры и механизмов управления. Ее результат лишь задает часть исходных данных (параметров), необходимых для построения организационно-управленческой структуры. Именно технологический граф определяет множество исполнителей, ограничивает множество допустимых иерархий и вид критерия качества. Далее при разработке механизмов управления чаще всего структура организации (как правило, простейшая двухуровневая) предполагается заданной [9]. Корректность и продуктивность этой (и других) классификаций механизмов управления ОС основывается на предположении о существенно различных уровнях стабильности выделяемых классов или, что то же, о существенном временном и «энергетическом» разрыве соответствующих организационных процессов. Так, сведение решения задачи организационного дизайна к последовательному решению трех указанных выше задач обосновывается не столько (имеющей место) большой сложностью их совместного решения, сколько уверенностью в корректности отдельного решения этих задач в подавляющей части практического менеджмента. Однако в ОС некоторых сфер деятельности (например, в образовании, науке, культуре) механизмы управления традиционно более стабильны, чем организационно-технологические структуры. Поэтому при синтезе оптимальных механизмов их функционирования (а в условиях динамичной внешней среды — функционирования всех ОС), а тем более — при синтезе долгосрочных механизмов управления нельзя не учитывать обратного влияния механизмов управления на динамические свойства организационно-технологической структуры, поскольку главными факторами высокой эффективности ОС в среде глобальных инноваций становятся высокая мобильность и адаптивность. Динамическое обобщение термина «механизм управления» делает целесообразным введение в его состав в дополнение к собственно методам принятия решений также и комплекса организационных структур, норм, параметров ОС, изменяющихся в течение большого периода времени в соответствии с актуальной и проектируемой динамикой ОС при реализации временной последовательности простых и комплексных механизмов управления. Такие обобщенные механизмы управления представляют собой сложноструктурированные системы, подсистемами и элементами которых являются обобщенные, комплексные или простые механизмы, оптимальность каждого из которых, таким образом, определяется уже в контексте задачи синтеза всей системы — обобщенного механизма управления. Эта концепция сближает обобщенные механизмы управления с организационными структурами Г. Минцберга [7] и, следовательно, структурные конфигурации Г. Минцберга являются аттракторами (в рамках формалистики менеджмента) пространства обобщенных механизмов управления. Для синтеза обобщенных механизмов управления (динамической структурной оптимизации ОС) необходимо построение семейств соответствующих уравнений динамики и критериев эффективности в структурно зависимой форме, описание пространства структурных состояний, корректное введение «принципов», динамики, разработка эффективных алгоритмов оптимизации, сопряжение этих моделей с теоретико-игровыми моделями иерархического управления. В качестве шагов в этом направлении можно указать на работы [1–3; 5; 6; 8], в которых исследуются задачи статической и динамической оптимизации иерархий управления ОС с критерием эффективности в виде структурно зависимой функции затрат. В настоящей работе представлена постановка и численное решение задачи динамической оптимизации структуры операционного ядра организационной системы, состоящей из

базовой (постоянной) и вспомогательной (переменной) частей. Показано, что поддержание максимального значения выходной (производственной) функции в динамичной внешней среде достигается функционированием более или менее значительной переменной части структуры операционного ядра. Представленная модель может служить основой синтеза обобщенных механизмов управления ОС.

1. Модель оптимизации структуры операционного ядра ОС

1.1. Оптимальный простой преобразователь

Простым преобразователем (ПП) назовем детерминированный автомат с n скалярными входами (трансформационными факторами производства) и одним скалярным выходом — производственной функцией (ПФ) Леонтьева $F = k \min(f_1/a_1, \dots, f_n/a_n)$, где f_i — величины аргументов — трансформационных факторов производства, a_1, \dots, a_n — технологические коэффициенты, k — нормирующий множитель. В дальнейшем для простоты будем считать $n = 3$, то есть использовать агрегированную макроэкономическую трехфакторную модель производственной функции (природный — N , технический — T , человеческий — H). Учет качественного разнообразия (векторной природы) макроэкономических факторов производства влечет лишь увеличение числа переменных и уравнений модели.

Задача оптимизации ПП имеет вид

$$F = S \min \left(\frac{N}{A}, \frac{T}{B}, \frac{H}{C} \right) \rightarrow \max_{N,T,H}, N + T + H = R, S = A + B + C \quad (1)$$

и очевидное решение:

$$N = \frac{RA}{S}, T = \frac{RB}{S}, H = \frac{RC}{S}, F = R.$$

То есть ПФ оптимального ПП в нашем случае равна сумме ее аргументов. На рисунке 1 приведена структурная схема ПП, на рисунке 2 — графики ПФ ПП.

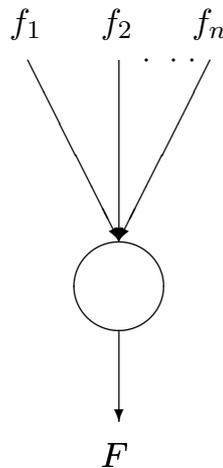


Рис. 1. Простой преобразователь

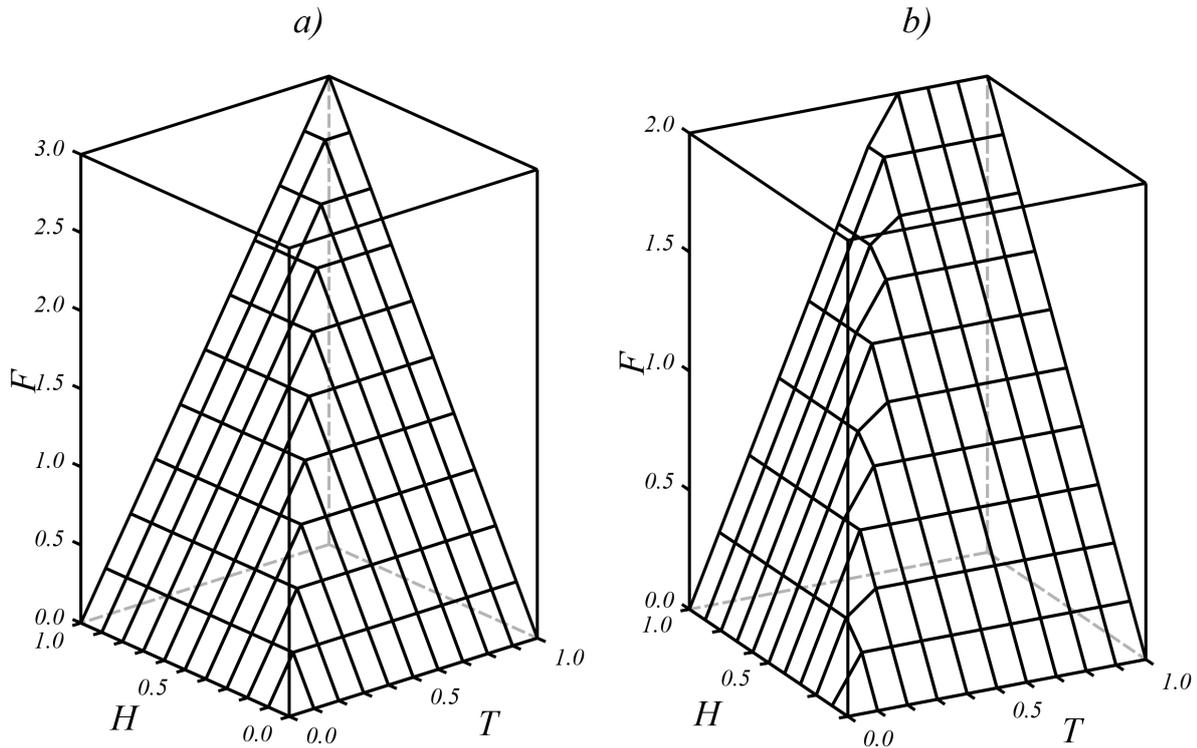


Рис. 2. График $F(1, T, H)$: а) $A = B = C = 1$; б) $A = 1; B = 2; C = 3$

Операционное ядро любой ОС можно представить в виде ориентированного графа, листьями (входами) которого являются исходные факторы производства, корнем (выходом) — производственная функция ОС, вершинами — простые преобразователи, ребрами — промежуточные продукты-факторы производства. В условиях полной определенности значений входных переменных и технологических коэффициентов его производственную функцию можно представить в виде ПФ Леонтьева, коэффициенты которой выражаются через коэффициенты ПФ этих ПП путем решения системы линейных алгебраических уравнений, описывающей совокупность задач (1) для каждого из входящих в него ПП. Например, для ОЯ, приведенного на рисунке 3, эти выражения имеют вид:

$$F_1 = (a_1 + b_1 + c_1) \min \left(\frac{N}{a_1}, \frac{T_1}{b_1}, \frac{H_1}{c_1} \right);$$

$$F_2 = (a_2 + b_2 + c_2) \min \left(\frac{F_1}{a_2}, \frac{T_2}{b_2}, \frac{H_2}{c_2} \right) = (A + B + C) \min \left(\frac{N}{A}, \frac{T_1 + T_2}{B}, \frac{H_1 + H_2}{C} \right);$$

$$A = \frac{a_1 b_2 + a_2 (a_1 + b_1 + c_1)}{b_1}, B = b_2, C = \frac{a_1 b_2 + c_2 (a_1 + b_1 + c_1)}{b_1}.$$

Другими словами, такое операционное ядро эквивалентно некоторому ПП и, в частности, имеет нулевую эластичность по аргументам.

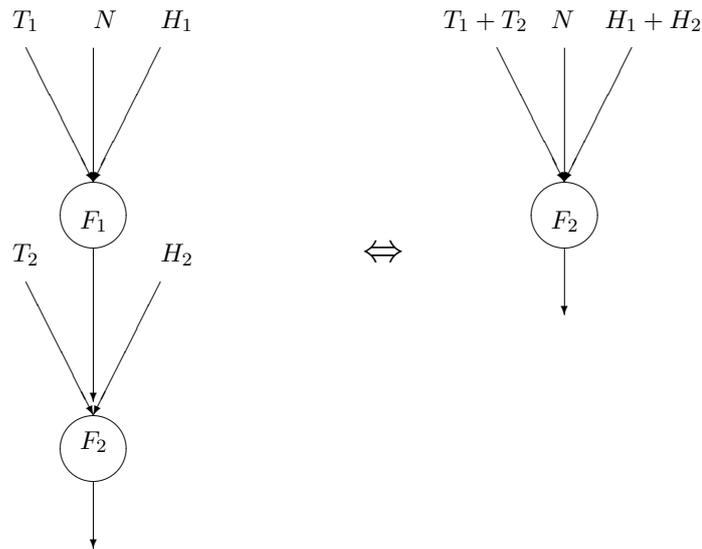


Рис. 3. Базовая часть структуры ОЯ ОС

1.2. Оптимизация структуры специализированного преобразователя

Свойство эластичности по аргументам (входам) появляется в специализированном преобразователе (СП) — последовательности нескольких вспомогательных ПП, производящих при необходимости недостающую часть одного из факторов производства для достижения максимальной эффективности (последнего в цепочке) базового ПП, отвечающего основному производству ОС. Эластичность СП по входам растет вместе с длиной цепочки до достижения максимума при некоторой ее (конечной) длине. Рассмотрим СП с входами N, TN, HN (TN и HN соответственно части факторов T и H , участвующие в производстве недостающей части фактора N) и возможностью производства части фактора N в цепочке из n ПП (рис. 3). Величину n в дальнейшем будем называть структурой СП.

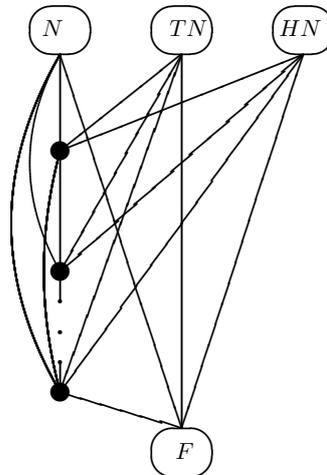


Рис. 4. Сложный преобразователь с производством части фактора N

ПФ этого СП задается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^n N_l^0 + N_F^0 &= N, \quad \sum_{l=1}^n T_l + T_F = TN, \quad \sum_{l=1}^n H_l + H_F = HN, \\ N^i &= \sum_{k=i+1}^n N_k^i = (a_i + b_i + c_i) \min \left(\frac{1}{a_i} \sum_{l=0}^{i-1} N_l^i, \frac{T_i}{b_i}, \frac{H_i}{c_i} \right), \\ N_F^n &= (a_n + b_n + c_n) \min \left(\frac{1}{a_n} \sum_{k=0}^{n-1} N_k^n, \frac{T_n}{b_n}, \frac{H_n}{c_n} \right), \\ F &= S \min \left(\frac{N_F^n + N_F^0}{A}, \frac{T_F}{B}, \frac{H_F}{C} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь первые три уравнения описывают распределение исходных факторов производства по структуре СП. Четвертое уравнение дает балансовые соотношения для i -го вспомогательного ПП, N^i — общая величина фактора, произведенного на i -м ПП, N_k^i — величина фактора, произведенного на i -м и используемого на k -м ПП ($i = 1, \dots, n-1$). Пятое уравнение системы отвечает последнему вспомогательному ПП ($i = n$).

Из переменных системы (2) составим вектор факторных потоков СП

$$\begin{aligned} \phi = (N_1^0, N_2^0, \dots, N_{n_1}^0, T_1, H_1, N_2^1, N_2^1, \dots \\ \dots, N_{n_1}^1, T_2, H_2, \dots, N_{n_1}^{n_1-1}, T_{n_1}, H_{n_1}, N_F^{n_1}, N_F^0, T_F, H_F, \varphi_P). \end{aligned}$$

Задача оптимизации ПФ СП (2) с переменной структурой при фиксированных N , TN , HN имеет вид:

$$F = S \min \left(\frac{N_F^n + N_F^0}{A}, \frac{T_F}{B}, \frac{H_F}{C} \right) \rightarrow \max_{\varphi, n}. \quad (3)$$

Заметим, что задача (1) эквивалентна следующей задаче линейного программирования (ЛП):

$$-\frac{S}{A}N + F \leq 0, \quad -\frac{S}{B}T + F \leq 0, \quad -\frac{S}{C}H + F \leq 0, \quad F \rightarrow \max_{N, T, H}.$$

Таким же образом задача (2)–(3) сводится к следующей задаче параметрического ЛП

$$\varphi_P(n) \rightarrow \max_{n, \phi}, \quad \sum_{j=1}^p M_{ij} \varphi_j \leq \beta_i, \quad i = 1, \dots, u(n), \quad (4)$$

где $p = p(n)$ — число переменных, а $u(n)$ — число неравенств, определяемых следующими формулами:

$$p(n) = \frac{n^2 + 5n + 8}{2}, \quad u(n) = 3n + 6.$$

В частности, для $n = 1$, $a_i = b_i = c_i = 1$ имеем:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\phi = (N_1^0, T_1, H_1, N_F^1, N_F^0, T_F, H_F, \varphi_P), \beta = (N, TN, HN, 0, 0, 0, 0, 0).$$

Обозначим $\varphi_p^*(n)$ — решение задачи (4). Оптимальной структурой СП, описываемого системой (2), будем считать величину

$$n^* = \min_n \left(Arg \max_n \varphi_p^* \right).$$

Обозначим $\lambda = (N + TN + HN)/F$. Внешними параметрами задачи (4) являются исходные межфакторные пропорции $N : TN : HN$ и пропорции технологических коэффициентов $a_i : b_i : c_i$.

Результаты решения задачи (4) для некоторых значений переменных N, TN, HN и параметров a_i, b_i, c_i , принимающих случайные значения из отрезка $K \subset R^+$, представлены на рисунке 5.

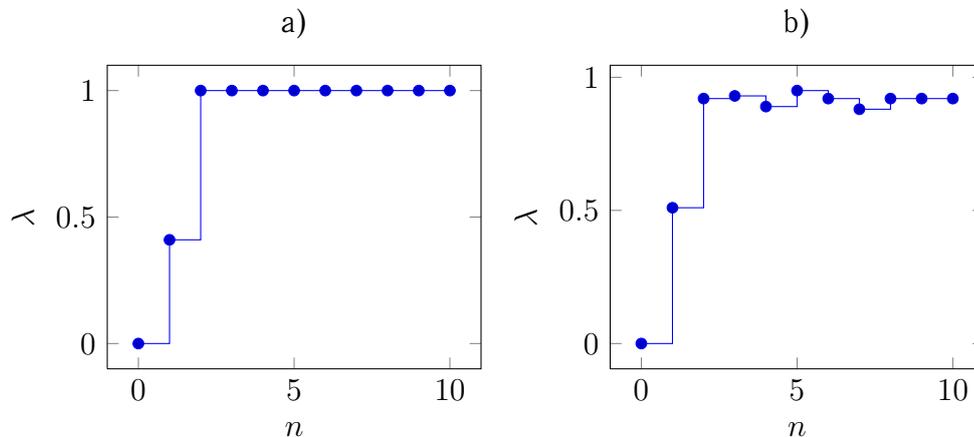


Рис. 5. График $\lambda(n)$: а) $N = 1, TN = HN = 10, K = \{1\}, n^* = 2$; б) $N = 1, TN = HN = 10, K = [1, 2], n^* = 2$

Рассмотрим частный случай СП с коэффициентами $a_i = b_i = c_i = 1$ ($i = 1, \dots, n$) и предположим, что $N : TN : HN = x : 1 : 1$ ($x < 1$). Решение задачи (3) для этого случая, полученное элементарными выкладками, имеет вид:

$$F(x, n) = 3^{n+1}x, \quad 1 \leq n \leq \varphi(x), \quad \varphi(x) = \log_3 \left(\frac{2-x}{x} \right),$$

$$F(x, n) = 2 + x, \quad n > \varphi(x); \quad n^*(x) = \lfloor \varphi(x) \rfloor.$$

Так, например, при $\frac{1}{4} \leq x < 1$ имеем $n^*(x) = 1$, при $\frac{1}{13} \leq x < \frac{1}{4}$ имеем $n^*(x) = 2$ и т. д. В этом решении целевая функция экспоненциально зависит от числа слоев структуры СП до достижения оптимального значения последнего. Это решение с коэффициентами $a_i = b_i = c_i = 1$ ($i = 1, \dots, n$) образует верхнюю границу множества решений задачи (3) с произвольными технологическими коэффициентами, при которых верхняя граница целевой функции, равная сумме входов, при отклонении их пропорций от идеальных, вообще говоря, недостижима.

1.3. Оптимизация структуры операционного ядра ОС

Структура операционного ядра ОС (ОЯ) — совокупности СП, обеспечивающей возможность вспомогательного производства каждого из факторов, — представлена на рисунке 6.

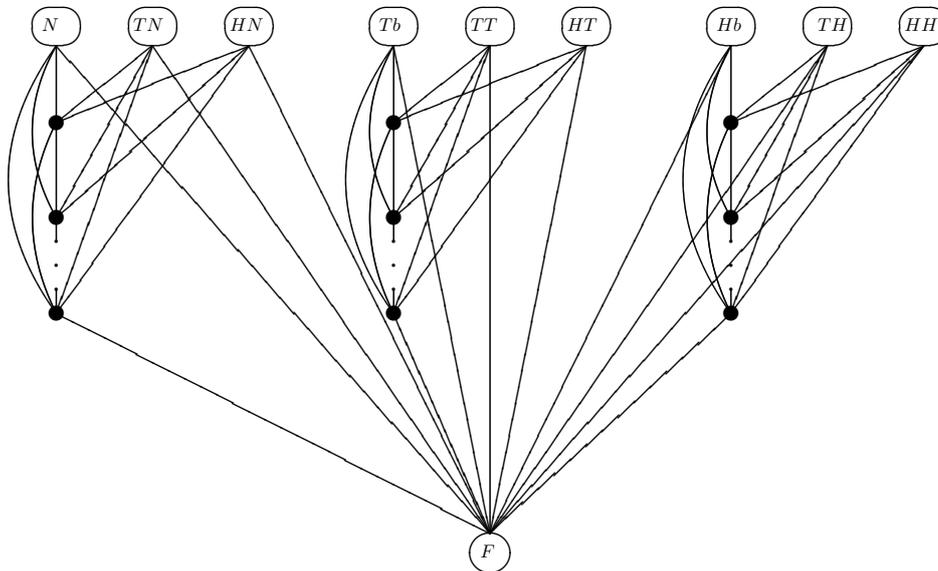


Рис. 6. Структура операционного ядра ОС

ПФ СП на рисунке 6 состоит из трех СП (см. рис. 4), каждый из которых соответственно производит недостающие части факторов N , T , H . На рисунке 6 обозначено: TN , HN — соответственно части факторов T и H , участвующие в производстве недостающей части фактора N ; TT , HT — соответственно части факторов T и H , участвующие в производстве недостающей части фактора T ; TH , HH — соответственно части факторов T и H , участвующие в производстве недостающей части фактора H . ПФ этого

ОЯ имеет вид:

$$\begin{aligned} F &= S \min \left(\frac{N}{A}, \frac{T}{B}, \frac{H}{C} \right), \\ N &= N_F^{n_1} + N_F^0 + TN_F + HN_F, \\ T &= T_F^{n_2} + T_F^0 + TT_F + HT_F, \\ H &= H_F^{n_3} + H_F^0 + TH_F + HH_F. \end{aligned} \tag{5}$$

I:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{n_1} N_l^0 + N_F^0 &= N, \quad \sum_{l=1}^{n_1} TN_l + TN_F = TN, \quad \sum_{l=1}^{n_1} HN_l + HN_F = HN, \\ N^i &= \sum_{k=i+1}^{n_1} N_k^i = (a_i^1 + b_i^1 + b_i^1) \min \left(\frac{1}{a_i^1} \sum_{l=0}^{i-1} N_l^i, \frac{TN_i}{b_i^2}, \frac{HN_i}{c_i^2} \right), \\ N_F^{n_2} &= (a_{n_1}^1 + b_{n_1}^1 + c_{n_1}^1) \min \left(\frac{1}{a_{n_1}^1} \sum_{k=0}^{n_1-1} N_k^1, \frac{TN_{n_2}}{b_{n_1}^2}, \frac{HN_{n_2}}{c_{n_1}^2} \right). \end{aligned}$$

II:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{n_2} T_l^0 + T_F^0 &= T, \quad \sum_{l=1}^{n_2} TT_l + TT_F = TT, \quad \sum_{l=1}^{n_2} HT_l + HT_F = HT, \\ T^i &= \sum_{k=i+1}^{n_2} T_k^i = (a_i^2 + b_i^2 + b_i^2) \min \left(\frac{1}{a_i^2} \sum_{l=0}^{i-1} T_l^i, \frac{TT_i^2}{b_i^2}, \frac{HT_i^2}{c_i^2} \right), \\ T_F^{n_2} &= (a_{n_2}^2 + b_{n_2}^2 + c_{n_2}^2) \min \left(\frac{1}{a_{n_2}^2} \sum_{k=0}^{n_2-1} T_k^2, \frac{TT_{n_2}^2}{b_{n_2}^2}, \frac{HT_{n_2}^2}{c_{n_2}^2} \right). \end{aligned}$$

III:

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{n_3} H_l^0 + H_F^0 &= H, \quad \sum_{l=1}^{n_3} TH_l + TH_F = TH, \quad \sum_{l=1}^{n_3} HH_l^3 + HH_F^3 = HH, \\ H^i &= \sum_{k=i+1}^{n_3} H_k^i = (a_i^3 + b_i^3 + b_i^3) \min \left(\frac{1}{a_i^3} \sum_{l=0}^{i-1} H_l^i, \frac{TH_i}{b_i^2}, \frac{HH_i}{c_i^2} \right), \\ H_F^{n_3} &= (a_{n_3}^3 + b_{n_3}^3 + c_{n_3}^3) \min \left(\frac{1}{a_{n_3}^3} \sum_{k=0}^{n_3-1} H_k^3, \frac{TH_{n_3}}{b_{n_3}^2}, \frac{HH_{n_3}}{c_{n_3}^2} \right). \end{aligned}$$

При заданных входах задача оптимизации структуры ОЯ с ПФ (5) имеет вид

$$F = S \min \left(\frac{N}{A}, \frac{T}{B}, \frac{H}{C} \right) \rightarrow \max_{\Phi, n} \tag{6}$$

$$\Phi = (\Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \Phi_P), \quad \mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3),$$

$$\Phi^1 = (N_1^0, N_2^0, \dots, N_{n_1}^0, TN_1, HN_1, N_2^1, N_2^1, \dots, N_{n_1}^1, TN_2, HN_2, \dots, N_{n_1}^{n_1-1}, TN_{n_1}, HN_{n_1}, N_F^{n_1}, N_F^0, TN_F, HN_F),$$

$$\Phi^2 = (T_1^0, T_2^0, \dots, T_{n_2}^0, TT_1, HT_1, T_2^1, T_2^1, \dots, T_{n_2}^1, TT_2, HT_2, \dots, T_{n_2}^{n_2-1}, TT_{n_2}, HT_{n_2}, T_F^{n_2}, T_F^0, TT_F, HT_F),$$

$$\Phi^3 = (H_1^0, H_2^0, \dots, H_{n_3}^0, TH_1, HH_1, H_2^1, H_2^1, \dots, H_{n_3}^1, TH_2, HH_2, \dots, H_{n_3}^{n_3-1}, TH_{n_3}, HH_{n_3}, H_F^{n_3}, H_F^0, TH_F, HH_F),$$

$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$, где n_1, n_2, n_3 — число слоев каждого СП (I, II, III).

Сводя задачу построения полного СП к задаче линейного параметрического программирования с векторным параметром \mathbf{n} , получим:

$$\Phi_P(\mathbf{n}) \rightarrow \max_{\mathbf{n}, \Phi} \sum_{j=1}^P \Xi_{ij} \Phi_j \leq \gamma_i, \quad i = 1, \dots, U(\mathbf{n}), \quad (7)$$

где $P = P(\mathbf{n})$ — число переменных, $U(\mathbf{n})$ — число неравенств, определяемых следующими формулами:

$$P(\mathbf{n}) = p(n_1) + p(n_2) + p(n_3) + 1, \quad U(\mathbf{n}) = u(n_1) + u(n_2) + u(n_3);$$

$$\gamma = \left(\underbrace{N, TN, HN, 0, \dots}_{u(n_1)}, \underbrace{T, TT, HT, 0, \dots}_{u(n_2)}, \underbrace{H, TH, HH, 0, \dots}_{u(n_3)} \right)^T,$$

$$\Xi = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 & F_1 \\ 0 & M_2 & 0 & F_2 \\ 0 & 0 & M_3 & F_3 \end{pmatrix},$$

где матрицы M_1, M_2, M_3 строятся аналогично задаче (4),

$$F_1 = (0, 0, 0, \frac{A}{S}, \frac{B}{S}, \frac{C}{S}, 0, \dots, 0), \quad F_2 = (0, 0, 0, \frac{B}{S}, \frac{B}{S}, \frac{C}{S}, 0, \dots, 0),$$

$$F_3 = (0, 0, 0, \frac{C}{S}, \frac{B}{S}, \frac{C}{S}, 0, \dots, 0), \quad \dim F_i = u(n_i), \quad i = 1, 2, 3, \quad S = A + B + C.$$

Для исследования зависимости решения задачи (7) от векторного параметра был разработан алгоритм автоматического вывода неравенств (7) для различных \mathbf{n} .

Обозначим Φ_p^* — решение задачи (7), $Q = \text{Arg} \max_n \Phi_p^*(\mathbf{n})$. Множеством \mathbf{n}^* оптимальных структур полного СП для задачи (7) будем считать множество Парето \mathbf{n} многокритериальной задачи оптимизации: $n_i \rightarrow \min_{n \in Q^*}, \quad i = 1, 2, 3$.

Внешними параметрами задачи (7) являются пропорции входных переменных $N : T : H$ и технологических коэффициентов вспомогательных ПП. Далее представлены результаты решения двух частных оптимизационных задач (7): (7 а) Задача (7) при фиксированных входах; (7 б) Задача (7) при $n = n_1 = n_2 = n_3$. Более подробно результаты численного исследования задачи (7) приведены в [4].

На рисунках 8–9 представлены результаты решения задач 7(а, б) для некоторых значений параметров.

На рисунках 10–11 приведены некоторые решения задачи (7 б): графики изменения λ при $T_b \in [0, 1], H_b \in [0, 1]$ с шагом $\Delta = 0.1$ и значениях параметра $n = n_1 = n_2 = n_3 = 1, 2, 3, 4$.

Использование прибыли в качестве целевой функции приводит к оптимизационной задаче вида $F(n) - f(n) \rightarrow \max_n$, где $f(n)$ — монотонно возрастающая функция, отвечающая затратам на содержание и управление ОЯ. Оптимальные значения структурного параметра \mathbf{n} для этой задачи, очевидно, не превосходят соответствующих значений задачи (7). Результаты численной оптимизации структуры ОЯ показывают, что запасы факторов во вспомогательных производствах и достаточно большое число структурных

слоев операционного ядра ОС позволяют поддерживать максимум значения ПФ при значительных отклонениях пропорций факторов базового производства от оптимальных и разброса технологических коэффициентов ПП вспомогательных производств, при этом увеличение факторных диспропорций и разброса технологических коэффициентов ПП вспомогательных производств компенсируется ростом запасов факторов производства и сложности структуры ОЯ.

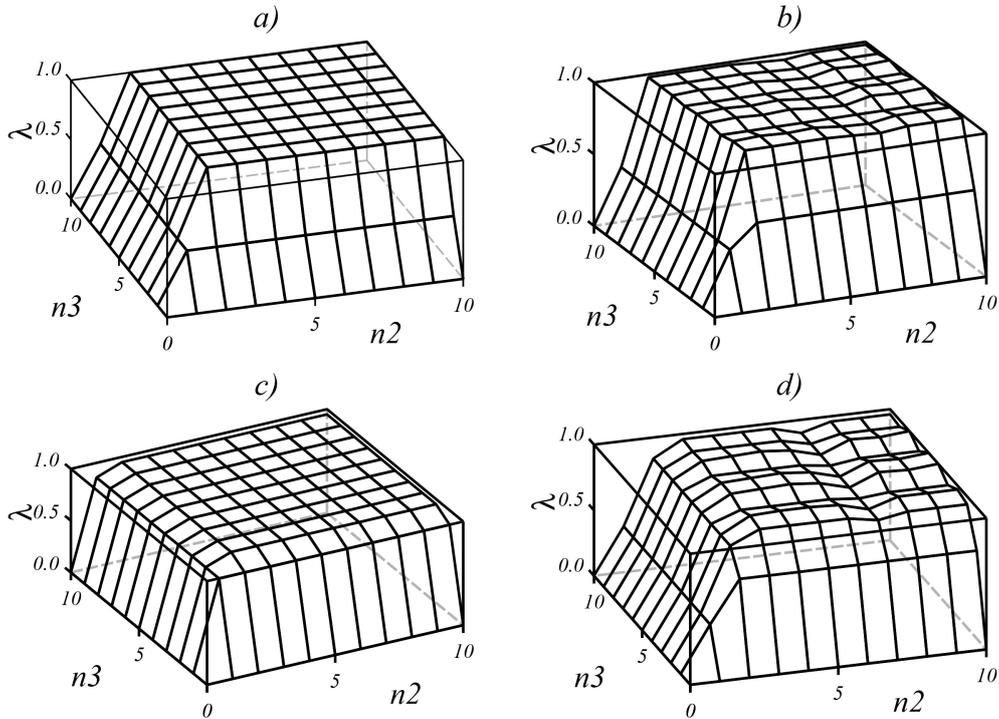


Рис. 7. Решение задачи (7 а): $n_1 = 10, N = T_b = H_b = 1, TN = HN = TT = HT = TH = HH = 10$ а) $K = \{1\}, n = (10, 1, 1)$; б) $K = [1, 2], n = (10, 8, 4)$; в) $a_i = 1, b_i = 2, c_i = 3, n = (10, 2, 1)$; д) $K = [1, 5], n = (10, 10, 4)$

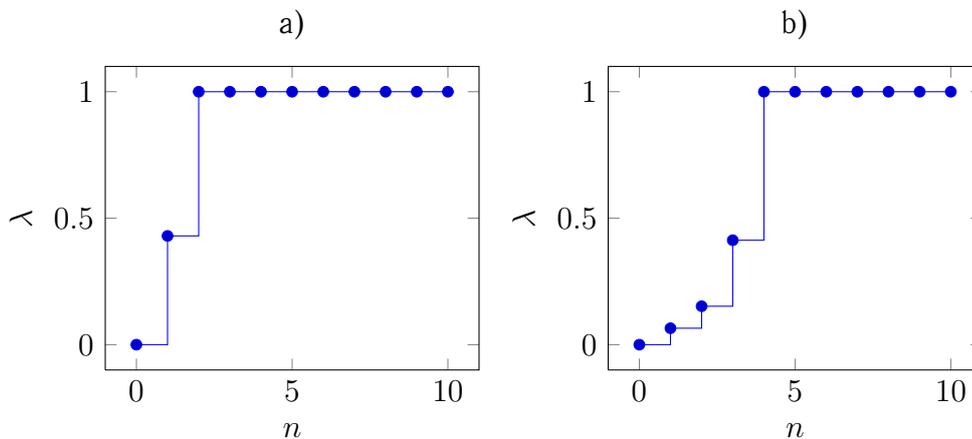


Рис. 8. Решение задачи (7 а): а) $N = T_b = H_b = 1, TN = HN = TT = HT = TH = HH = 10, K = \{1\}, n^* = 2$; б) $N = T_b = H_b = 1, TN = HN = TT = HT = TH = HH = 100, K = \{1\}, n^* = 4$

В целом представленная структура ОЯ обеспечивает достаточный запас устойчивости максимального значения целевой функции, а значит может служить моделью оптимальной структуры операционного ядра ОС в условиях внешней неопределенности (неопределенности входов) при использовании концепции максимального гарантированного результата, а также для коррекции структуры операционного ядра при постоянной факторной диспропорции. В случае значительной внутренней неопределенности ОЯ (вследствие погрешности в планировании факторных потоков, в знании Центром технологических коэффициентов или высокой динамичности входов в каждый из ПП ОЯ) каждый из ПП ОЯ должен иметь собственную структуру вспомогательных производств и проводить ее оптимизацию в рамках оперативного управления производством.

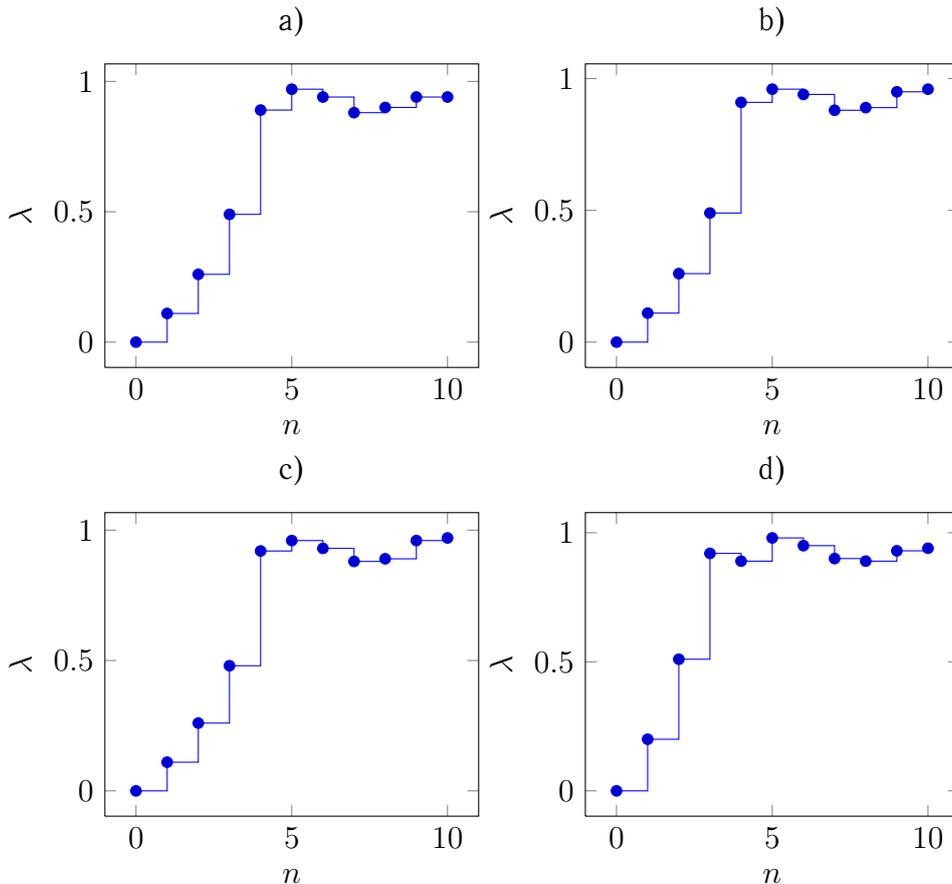


Рис. 9. Решение задачи (7 а): $n^* = 5$; при $N_b = 1, 0$ и $TN = HN = TT = HT = TH = HH = 10$, $K = [1, 5]$; а) $T_b = 0, 3$; $H_b = 0, 3$; б) $T_b = 0, 3$; $H_b = 0, 6$; в) $T_b = 0, 3$; $H_b = 0, 9$; д) $T_b = 0, 6$; $H_b = 0, 3$

2. Динамическая оптимизация структуры ПСП

Задача (7) является составной частью динамической оптимизации структуры операционного ядра ОС при заданных временных рядах значений факторов производства, заключающейся в поиске оптимального временного ряда структуры ОЯ $\mathbf{n}(t)$, максимизирующей целевую функцию ОС (здесь — прибыль ОС) на некотором плановом отрезке времени. Приведем формальную постановку задачи.

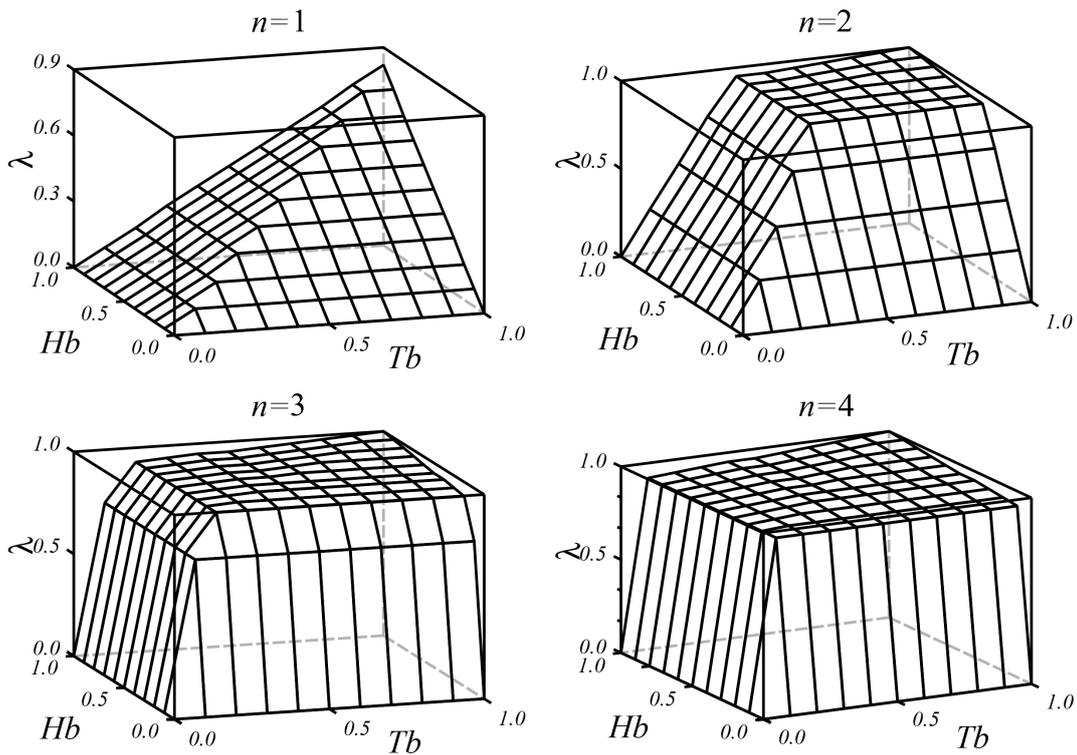


Рис. 10. График $F(1, T, H)$ при $TN = HN = TT = HT = TH = HH = 10, 0$ и при $K = \{1\}$

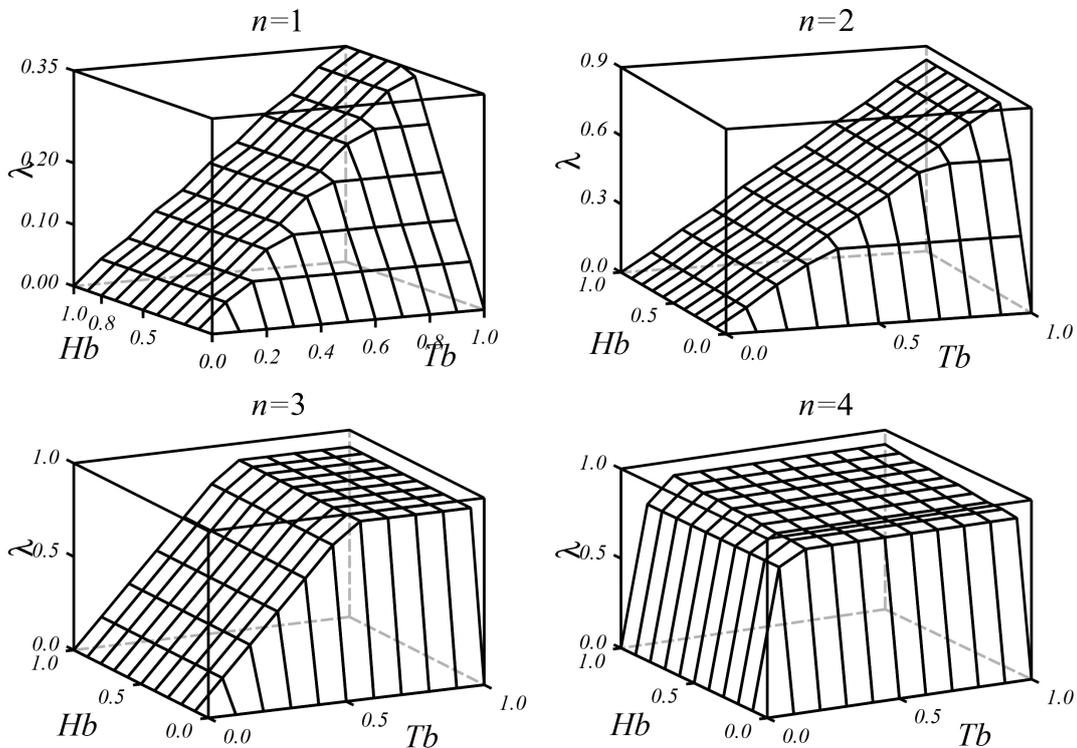


Рис. 11. График $F(1, T, H)$ при $TN = HN = TT = HT = TH = HH = 10, 0$ и при $K = [1, 5]$

Пусть $\Phi(n(t))$ — значение ПФ ОЯ в момент времени t при $\mathbf{n} = n_1 = n_2 = n_3 = n(t)$ и заданных значениях факторов производства $Nb(t)$, $Tb(t)$, $Hb(t)$ и $TN(t)$, $HN(t)$, $TT(t)$, $HT(t)$, $TH(t)$, $HH(t)$, γ — коэффициент добавленной стоимости. Затраты на управление операционным ядром ОС состоят из постоянных $Q(n(t))$, пропорциональных числу ПП, и переменных $W(n(t))$, пропорциональных числу ненулевых факторных потоков в $n(t)$ -слойной структуре ОЯ. Таким образом, затраты на управление ОЯ в момент времени t имеют вид: $\Xi(n(t)) = \beta [W(n(t)) + Q(n(t))]$, β — некоторая постоянная.

При каждом изменении величины \mathbf{n} возникают затраты на создание новых и разрушение старых структурных связей. Предположим для простоты, что функция затрат на перестроение структуры ОЯ имеет следующий вид: $U(t) = \alpha [n(t+1) - n(t)]$, α — некоторая постоянная.

Задача динамической оптимизации структуры ОЯ ОС при $t \in [0, T]$ имеет вид:

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} J(n(t), t) + \hat{J}(n(T), T) \rightarrow \max_{n(t), t \in [0, T]}, \quad (8)$$

где $J(n(t), t) = \gamma\Phi(n(t)) - U(t) - \Xi(n(t))$; $\hat{J}(n(T), T) = \gamma\Phi(n(T)) - \Xi(n(T))$.

Задача (8) решается численно методом динамического программирования. Уравнение Беллмана для задачи (8) имеет вид:

$$f(t) = \max_{n(t), n(t)=1,5} \{J(t) + f(t+1)\}, \quad t = \overline{T-1, 1}, \quad f(T) = \max_{n(t), n(t)=1,5} \{\hat{J}(T)\}. \quad (9)$$

Значение $f(0)$ определяется с учетом заданного начального состояния структуры $n(0) = n_0$. Решение уравнения (9) при каждом t сводится к задаче (7). Решением задачи (8) является T -мерный вектор \mathbf{n}^* оптимальной траектории изменения структуры ОЯ.

Ниже приведены решения задачи (8) при $T = 5$, технологических коэффициентах ПП и ряда значений параметров $a_i = b_i = c_i = 1$ ($i = 1, \dots, n$) для двух серий экспериментов, задаваемых временными рядами факторов производства (рис. 12). (Назовем эти серии соответственно задачами (8.1) и (8.2).)

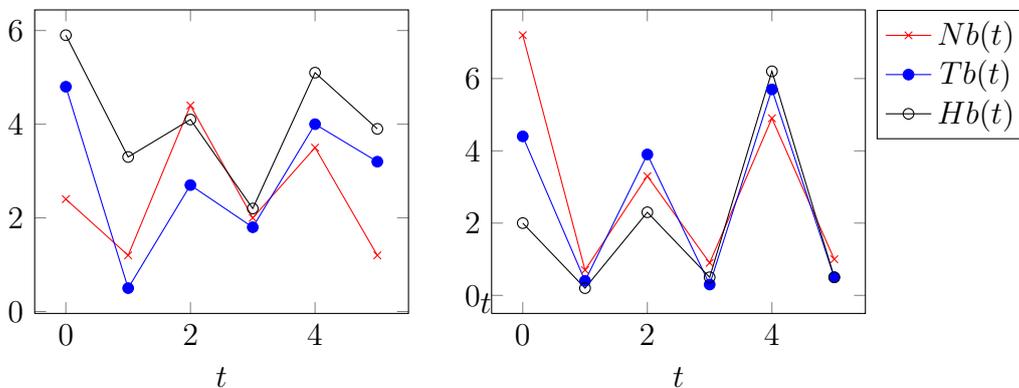


Рис. 12. Графики изменения факторов производства для задач (8.1)–(8.2)

При решении задач (8.1) и (8.2), распадающихся на независимые при каждом значении t задачи (7) (вырожденные задачи (8.1.0) и (8.2.0)), соответственно имеют вид: $n^*(t) = (2, 3, 1, 2, 1, 2)$ и $n^*(t) = (2, 4, 2, 3, 1, 3)$ (рис. 13).

Вид целевой функции задачи (8) показывает, что ее фактическими параметрами являются величины $\xi = \frac{\alpha}{\gamma}$ и $\eta = \frac{\beta}{\gamma}$.

Введем два интегральных параметра решений задачи (8):

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T n^*(t), \delta = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} |n^*(t+1) - n^*(t)|.$$

Таким образом, каждой оптимальной траектории $n^*(t)$ можно поставить в соответствие векторный параметр $p = (\xi, \eta, \mu, \delta)$.

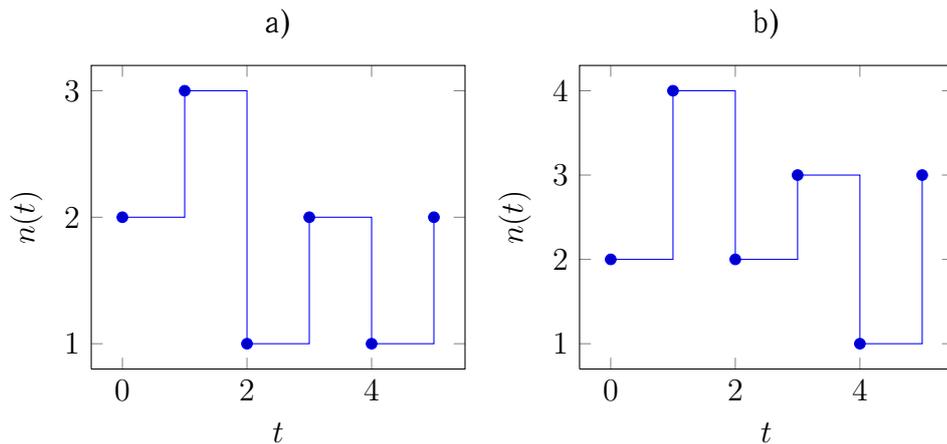


Рис. 13. Решение задач (8.1.0) ($p = (0.0, 0.0, 2.2, 1.2)$) и (8.2.0) ($p = (0.0, 0.0, 3.0, 1.8)$)

Анализ множества значений векторного параметра $p = (\xi, \eta, \mu, \delta)$ оптимальных траекторий $n^*(t)$ позволяет выделить на плоскости (ξ, η) зоны, отвечающие нескольким типовым динамическим режимам. Границы зон определяются параметрами (μ_0, δ_0) вырожденной задачи (8.0) (задача (8) при $\alpha = \beta = 0, \gamma > 0$). В качестве типовых режимов можно выделить следующие: следящий динамический режим (I), в котором оптимальная траектория $n^*(t)$ совпадает с соответствующей траекторией вырожденной задачи (8.0) ($(\mu = \mu_0, \delta = \delta_0)$), динамические режимы с упрощенной (II, $\mu < \mu_0, \delta < \delta_0$) и усложненной (III, $\mu > \mu_0, \delta < \delta_0$) структурами операционного ядра и два стационарных режима ($\delta = 0$) — соответственно с простейшей (IV, $n(t_0) = n_0, n^*(t) = 1, \forall t > t_0$) и начальной (V, $n^*(t) = n_0$) структурами операционного ядра. В зонах II и III величина δ уменьшается при удалении от начала координат в любом направлении.

На рисунках 14–15 приведены некоторые решения задач (8.1) и (8.2).

На рисунке 16 нанесены границы указанных зон задач (8.1) и (8.2).

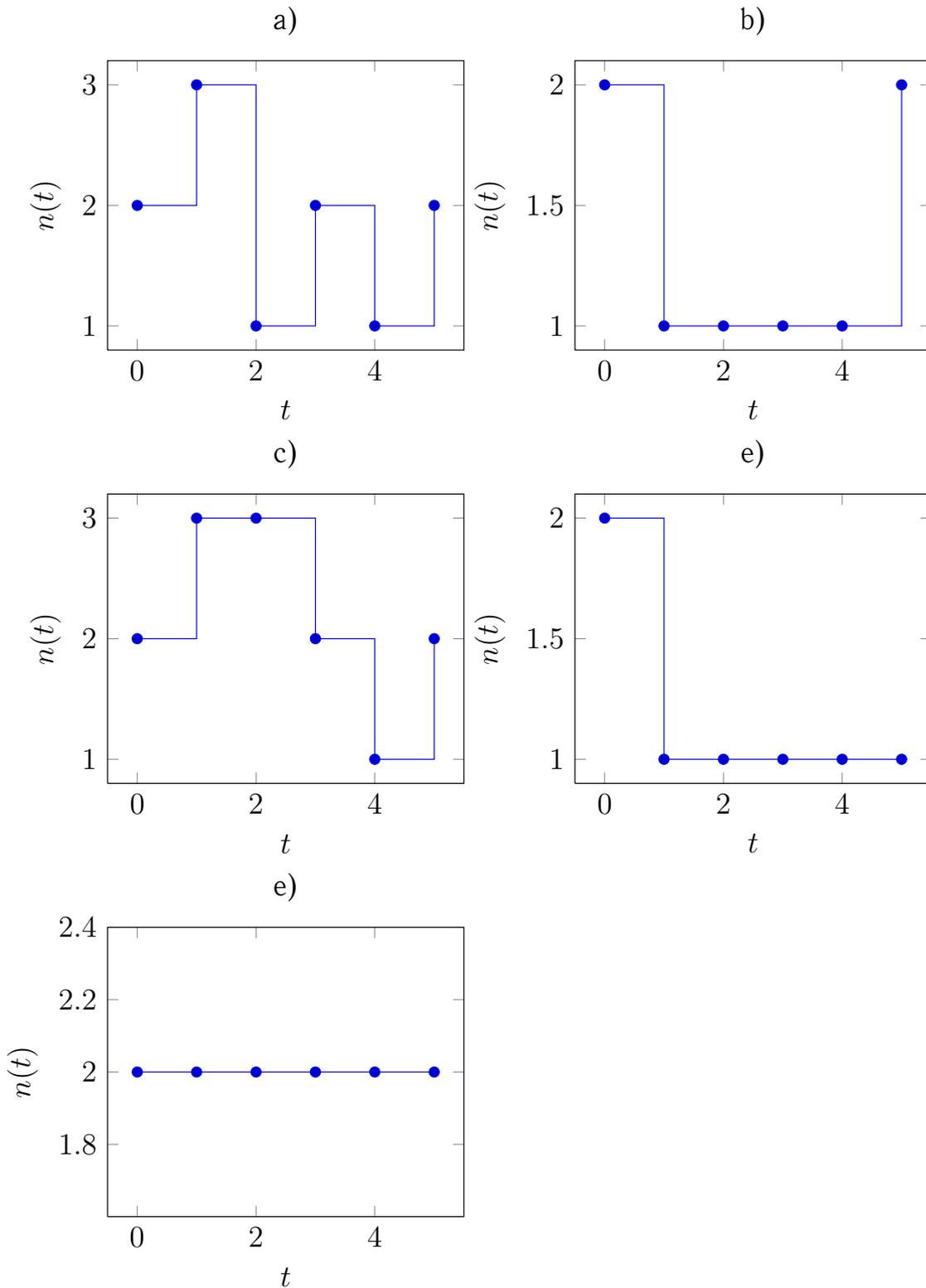


Рис. 14. Оптимальные траектории $n(t)$ — решения задачи (8.1): а) $p = (0.5, 1.0, 2.2, 1.2)$, *I*; б) $p = (5.0, 4.0, 1.6, 0.4)$, *II*; в) $p = (5.0, 2.0, 2.6, 0.8)$, *III*; г) $p = (7.00, 6.00, 1.40, 0.20)$, *IV*; д) $p = (13.0, 2.0, 2.4, 0.0)$, *V*

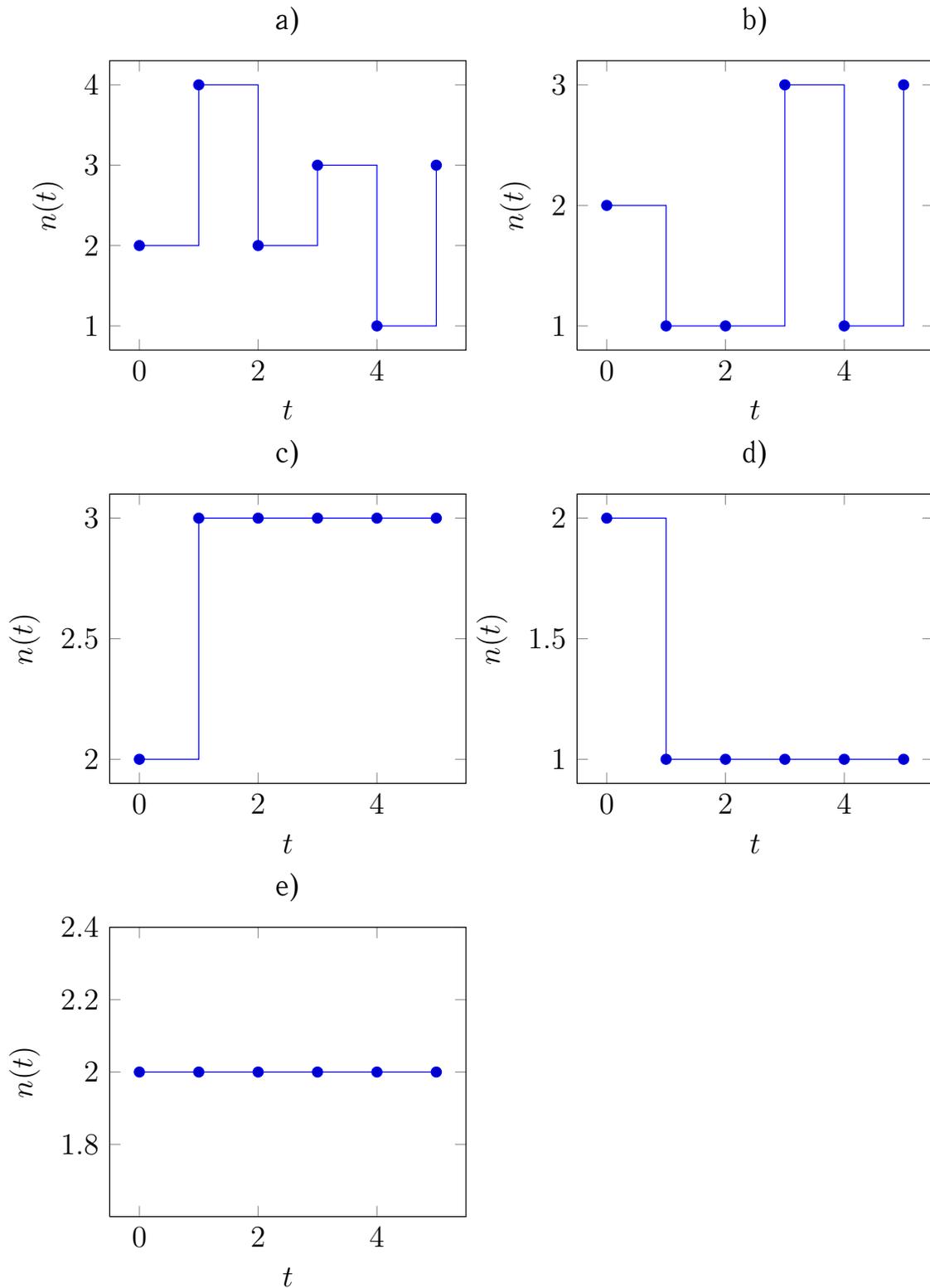


Рис. 15. Оптимальные траектории $n(t)$ — решения задачи (8.2): а) $p = (0.3, 0.9, 3.0, 1.8)$, *I*; б) $p = (1.2, 2.1, 2.2, 1.4)$, *II*; в) $p = (5.0, 1.0, 3.4, 0.2)$, *III*; д) $p = (10.0, 4.0, 1.4, 0.2)$, *IV*; е) $p = (12.0, 2.2, 2.4, 0.0, V)$

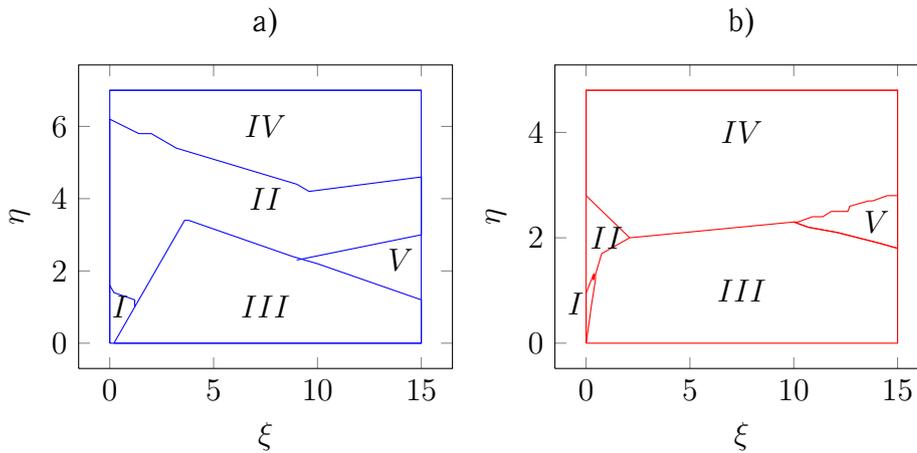


Рис. 16. Зоны типовых динамических режимов:
 а) для задачи (8.1); б) для задачи (8.2)

Заключение

Содержательная интерпретация вектора (ξ, η) позволяет соотнести указанные «типичные динамические режимы» с типами организационных структур Г. Минцберга [7] следующим образом: I — адхократия; II — дивизиональная структура; III — профессиональная бюрократия; IV — простая структура; V — механистическая бюрократия. Для дальнейшей (и более корректной) формализации теории организационной структуры Г. Минцберга необходима интеграция представленных здесь моделей с моделями оптимальных иерархий управления (на основе моделей [1–3; 5; 6; 8]) и механизмов управления ОС [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронин, А. А. Алгоритмы поиска оптимальной структуры организационной системы / А. А. Воронин, С. П. Мишин // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 5. — С. 120–132.
2. Воронин, А. А. Оптимальные иерархические структуры / А. А. Воронин, С. П. Мишин. — М. : ИПУ РАН, 2003. — 214 с.
3. Воронин, А. А. Модель оптимального управления структурными изменениями организационной системы / А. А. Воронин, С. П. Мишин // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 8. — С. 136–150.
4. Воронин, А. А. Модель численной оптимизации структуры операционного ядра организации / А. А. Воронин, М. А. Харитонов // Управление большими системами. — 2012. — № 39. — С. 165–183.
5. Губко, М. В. Математические модели оптимизации иерархических структур / М. В. Губко. — М. : ЛЕНАНД, 2006. — 264 с.
6. Губко, М. В. Структура оптимальной организации континуума исполнителей / М. В. Губко // Автоматика и телемеханика. — 2002. — № 12. — С. 116–130.
7. Минцберг, Г. Структура в кулаке. Создание эффективной организации / Г. Минцберг ; пер. с англ. под ред. Ю. Н. Каптуревского. — СПб. : Питер, 2002. — 512 с.

8. Мишин, С. П. Оптимальные иерархии управления в экономических системах / С. П. Мишин. — М. : ПМСОФТ, 2004. — 205 с.
9. Новиков, Д. А. Теория управления организационными системами / Д. А. Новиков. — М. : Моск. психолого-социальный ин-т, 2005. — 584 с.

CONSTRAINED DYNAMIC OPTIMIZATION MODEL OF ORGANIZATION'S OPERATING CORE

A.A. Voronin, M.A. Kharitonov

The article deals with the constrained dynamic optimization model of organization's operating core, which structure consists of the basic technological module and modules of support facilities. The production function of the operating core is represented as a superposition of Leontief's production functions corresponding to each of the modules. The method of solving the problem is dynamic programming method. We convert the Bellman equation to the linear programming problem with a parameter describes structure of the operational core. The algorithm of automatic building the basic equations for each parameter is developed. The results of the numerical solution of the optimization problem in the wide ranges of variables and parameters of the model are presented. This model may serve as the basis for the synthesis of generalized mechanisms of organizational governance system at a large time interval.

Key words: *organizational system, operating core, optimization of the structure, production function, linear programming, optimal control, dynamic programming.*