



DOI: <https://doi.org/10.15688/jvolsu1.2017.1.9>

УДК 530.12

ББК 22.313.3

## НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ С АНИЗОТРОПНЫМ ВЕЩЕСТВОМ<sup>1</sup>

**Элизат Медеткановна Бакирова**

Старший преподаватель кафедры теоретической физики,  
Кыргызский национальный университет им. Ж. Баласагына  
elizabetha\_83@mail.ru  
ул. Фрунзе, 547, 720033 г. Бишкек, Кыргызская Республика

**Юлия Михайловна Саламатина**

Исполняющий обязанности младшего научного сотрудника,  
Научная станция Российской академии наук в г. Бишкек  
salam\_yuliya13@mail.ru  
г. Бишкек-49, 720049 г. Бишкек, Кыргызская Республика

**Аннотация.** Рассмотрена модель нейтронной звезды, вещество которой предполагается анизотропным с неравными радиальным и тангенциальным давлениями. Используя реалистичные уравнения состояния, продемонстрировано влияние величины параметра анизотропии на соотношение масса — радиус нейтронных звезд и их внутреннюю структуру. Показано, что при определенных значениях этого параметра удастся получить лучшее согласие модели с современными данными астрофизических наблюдений. Также, используя анализ линейной устойчивости, определена область устойчивых решений для систем с анизотропией.

**Ключевые слова:** релятивистские звезды, соотношение масса — радиус, анизотропное давление, реалистичное уравнение состояния, наблюдательные данные.

## Введение

Нейтронные звезды являются хорошим полигоном для исследования свойств вещества, находящегося при экстремально высоких плотностях и давлениях, недостижимых в лабораторных условиях. Имея плотности порядка ядерной и находясь в сильном гравитационном поле, вещество нейтронных звезд может описываться только с использованием неких теоретических моделей. При этом проверка их корректности осуществляется путем анализа и интерпретации результатов астрономических наблюдений с последующим уточнением исходных теоретических моделей [18].

При моделировании нейтронных звезд вещество обычно описывается в виде изотропной идеальной жидкости, то есть жидкости, подчиняющейся закону Паскаля. Однако ввиду наличия во внутренних областях таких звезд сверхсильных магнитных полей и экстремальных плотностей и давлений такое описание не всегда можно рассматривать как полностью удовлетворительное. В частности, можно ожидать появления внутри нейтронной жидкости неравных давлений (см. работы [6; 17; 19] и ссылки внутри), то есть жидкость будет становиться анизотропной. Среди других возможных причин появления анизотропии в сверхплотном веществе могли бы быть ядерные взаимодействия [20], конденсация пионов [21], некоторые типы фазовых переходов [22], а также эффекты вязкости [14]. Вне зависимости от конкретной природы возникновения анизотропии жидкости, ее наличие может приводить к значительным изменениям характеристик релятивистских звезд, как показано, например, в работах [2; 3; 9; 11–13; 15]. В частности, наличие анизотропии приводит к изменениям соотношения масса — радиус нейтронных звезд, что может быть непосредственно проверено путем анализа астрономических наблюдений.

Обычно исследование анизотропных конфигураций выполняется с использованием простых уравнений состояния вещества (см., например, недавнюю работу [12], где используется простейшее политропное уравнение состояния). Нашей целью в этой статье будет моделирование нейтронных звезд более реалистичными уравнениями состояния нейтронного вещества при учете его анизотропии. При этом последняя будет подбираться таким образом, чтобы получить наилучшее согласие с современными данными астрономических наблюдений.

Статья организована следующим образом: в разделе 1 представлена физическая постановка задачи и выписаны соответствующие уравнения в рамках общей теории относительности. В разделе 2 эти уравнения численно решаются для изотропного и анизотропного случаев. Сравнивая полученные результаты, мы демонстрируем влияние анизотропии жидкости на соотношение масса — радиус и структуру рассматриваемых нейтронных звезд. Используя анализ линейной устойчивости, в разделе 3 мы определяем диапазон допустимых параметров системы, при которых существуют устойчивые решения. Наконец, в разделе 3 мы подытоживаем полученные результаты.

### 1. Постановка задачи и уравнения

Здесь мы будем рассматривать сильно гравитирующие невращающиеся конфигурации, состоящие из анизотропной жидкости с реалистичным уравнением состояния (УС). Нашей целью будет исследовать вопрос, как присутствие анизотропии влияет на соотношение масса — радиус нейтронных звезд и их внутреннюю структуру.

Мы будем работать в рамках общей теории относительности Эйнштейна. Для полу-

чения гравитационных уравнений Эйнштейна и уравнения Толмана — Оппенгеймера — Волкова для жидкости выберем сферически-симметричный линейный элемент в форме

$$ds^2 = e^\nu(dx^0)^2 - e^\lambda dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\Phi^2), \quad (1)$$

где  $\nu$  и  $\lambda$  есть функции только радиальной координаты  $r$ , а  $x^0 = ct$  — временная координата.

В качестве источника вещества в этих уравнениях возьмем анизотропную жидкость, то есть жидкость, у которой радиальная  $p_r$  и тангенциальная  $p_t$  компоненты давления не равны друг другу. Для такой жидкости тензор энергии-импульса может быть выбран в форме (см., например, [12]):

$$T_{\nu}^{\mu} = (\varepsilon + p_t) u^{\mu} u_{\nu} - \delta_{\nu}^{\mu} p_t + (p_r - p_t) s^{\mu} s_{\nu}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  есть плотность энергии жидкости,  $u_{\nu}$  — 4-скорость. Радиальный единичный вектор  $s^{\mu}$  определяется как  $s^{\mu} = (0, e^{-\lambda/2}, 0, 0)$ , причем  $s^{\mu} s_{\mu} = -1$  и  $s^{\mu} u_{\mu} = 0$ . Тогда тензор энергии-импульса содержит только следующие ненулевые диагональные компоненты:  $T_{\nu}^{\mu} = (\varepsilon, -p_r, -p_t, -p_t)$ .

Используя метрику (1) и тензор энергии-импульса (2), можно получить  $(t)$  и  $(r)$  компоненты уравнений Эйнштейна:

$$-e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = \frac{8\pi G}{c^4} \varepsilon, \quad (3)$$

$$-e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r} \right) + \frac{1}{r^2} = -\frac{8\pi G}{c^4} p_r, \quad (4)$$

где  $G$  есть гравитационная константа, а штрих означает дифференцирование по  $r$ . В свою очередь,  $\mu = r$  — компонента закона сохранения  $T_{\mu;\nu}^{\nu} = 0$  дает обобщенное уравнение Толмана — Оппенгеймера — Волкова для анизотропного вещества:

$$\frac{dp_r}{dr} = -G(\varepsilon + p_r) \frac{M + 4\pi r^3 p_r / c^2}{r(c^2 r - 2GM)} + \frac{2}{r} (p_t - p_r). \quad (5)$$

При получении этого уравнения мы воспользовались (4) и ввели новую функцию  $M(r)$ , определенную как

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), также имеем

$$\frac{dM}{dr} = \frac{4\pi}{c^2} r^2 \varepsilon. \quad (6)$$

Функция  $M(r)$  играет роль текущей массы, заключенной внутри радиуса  $r$ .

Для полного описания рассматриваемой конфигурации уравнения (5) и (6) должны быть дополнены УС для жидкости. Здесь мы ограничимся баротропным УС, когда давление является функцией только плотности массы  $\rho$ . В этом случае имеются две возможности при выборе УС. Во-первых, можно взять два различных УС для радиальной и тангенциальной компонент давления,  $p_r = p_r(\rho)$  и  $p_t = p_t(\rho)$ . Во-вторых, можно ограничиться одним УС, скажем  $p_r = p_r(\rho)$ , но в дополнение к нему задать функцию

$\Delta \equiv p_t - p_r$ , присутствующую в уравнении (5). Эта функция называется фактором анизотропии [10].

Здесь мы воспользуемся второй возможностью, используя для радиального давления некое реалистичное УС (см. ниже в пункте 2). В свою очередь, следуя [13], выберем анизотропный фактор  $\Delta$  в следующем виде:

$$\Delta \equiv p_t - p_r = \alpha p_r \mu, \tag{7}$$

где  $\alpha$  есть параметр анизотропии, а функция

$$\mu = \frac{2GM(r)}{c^2 r}$$

называется компактностью.

Выбор (7) имеет следующие особенности [13]:

- 1) Поскольку при  $r \rightarrow 0$  компактность  $\mu \sim r^2$ , анизотропный фактор равен нулю в центре (где жидкость становится изотропной), и это обеспечивает регулярность правой части уравнения (5) (другие возможности получения регулярных решений без необходимости использования требования равенства нулю анизотропии в центре см. в [9]).
- 2) Определенный таким образом анизотропный фактор проявляется только у существенно релятивистских конфигураций, для которых  $\mu \sim \mathcal{O}(1)$ . Это согласуется с общепринятым мнением, в соответствии с которым анизотропия жидкости может играть важную роль только при высоких плотностях вещества [2; 3; 9; 11; 13; 15].

## 2. Результаты численных расчетов

В этом разделе мы численно проинтегрируем уравнения (5) и (6). Для этого нам необходимо прежде задать УС нейтронного вещества. Здесь мы воспользуемся двумя хорошо известными из литературы реалистичными УС, применяемыми при моделировании нейтронных звезд. Во-первых, это так называемое УС SLy, при построении которого используется эффективный функционал плотности энергии ядерной материи [5]. Это УС может быть представлено следующей аналитической аппроксимацией [8]:

$$\zeta = \frac{a_1 + a_2 \xi + a_3 \xi^3}{1 + a_4 \xi} f(a_5(\xi - a_6)) + (a_7 + a_8 \xi) f(a_9(a_{10} - \xi)) + (a_{11} + a_{12} \xi) f(a_{13}(a_{14} - \xi)) + (a_{15} + a_{16} \xi) f(a_{17}(a_{18} - \xi)) \tag{8}$$

с  $\zeta = \lg(p/\text{дин см}^{-2})$ ,  $\xi = \lg(\rho/\text{г см}^{-3})$ , где  $\rho$  есть плотность нейтронного вещества, а  $f(x) = [\exp(x) + 1]^{-1}$ . Значения коэффициентов разложения  $a_i$  могут быть найдены в работе [8].

В качестве второго УС воспользуемся более «жестким» УС BSk21 [1]. Для некоторой фиксированной плотности вещества такое УС дает более высокие значения давления, что приводит к существенному изменению кривой масса — радиус. Соответствующая параметризация для данного УС может быть задана в виде (значения входящих

сюда коэффициентов разложения  $a_i$  см. в [1]):

$$\begin{aligned} \zeta = & \frac{a_1 + a_2\xi + a_3\xi^3}{1 + a_4\xi} \{\exp [a_5(\xi - a_6)] + 1\}^{-1} + \\ & + (a_7 + a_8\xi) \{\exp [a_9(a_6 - \xi)] + 1\}^{-1} + \\ & + (a_{10} + a_{11}\xi) \{\exp [a_{12}(a_{13} - \xi)] + 1\}^{-1} + \\ & + (a_{14} + a_{15}\xi) \{\exp [a_{16}(a_{17} - \xi)] + 1\}^{-1} + \\ & + \frac{a_{18}}{1 + [a_{19}(\xi - a_{20})]^2} + \frac{a_{21}}{1 + [a_{22}(\xi - a_{23})]^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Далее, для выполнения численных расчетов удобно переписать уравнения (5) и (6) через безразмерные переменные

$$x = \frac{r}{L}, \quad \Sigma = RL^2, \quad v(x) = \frac{M(r)}{4\pi 10^{\xi_c} L^3}, \quad (10)$$

где  $L$  есть некоторая характерная длина (которая выбирается равной  $L = 10^6$  см при выполнении численных расчетов, представленных ниже), а  $\xi_c$  — центральная плотность. Используя эти переменные, уравнения (5) и (6) (с учетом (7) и того, что плотность энергии  $\varepsilon = c^2 10^{\xi}$ ) примут вид:

$$\xi' = \frac{1}{\ln 10 \, d\zeta/d\xi} \left[ -\frac{1}{2} (c^2 10^{\xi-\zeta} + 1) \frac{v/\delta + bx^3 10^\zeta}{x(x - v/\delta)} + \frac{2\alpha}{\delta} \frac{v}{x^2} \right], \quad (11)$$

$$v' = x^2 10^{\xi-\xi_c}, \quad (12)$$

где штрих обозначает дифференцирование по  $x$ ,  $\delta = c^2 / (8\pi GL^2 10^{\xi_c})$ , а  $b = 8\pi GL^2 / c^4$ .

Эти уравнения решаются с граничными условиями, задаваемыми в окрестности центра следующими разложениями:

$$\xi \approx \xi_c + \frac{1}{2} \xi_2 x^2, \quad v \approx \frac{1}{3} v_3 x^3, \quad (13)$$

где коэффициенты разложения есть

$$v_3 = 1, \quad \xi_2 = \frac{1}{\ln 10 \, (d\zeta/d\xi)_c} \left[ -\frac{1}{2} (c^2 10^{\xi_c-\zeta_c} + 1) \left( \frac{1}{3\delta} + b 10^{\zeta_c} \right) + \frac{2\alpha}{\delta} \right]. \quad (14)$$

Здесь индекс «с» обозначает, что значения функций берутся в центре системы. Отметим, что в присутствии анизотропии (то есть когда  $\alpha \neq 0$ ) величина  $\xi_2$  может, в принципе, быть положительной при положительных  $\alpha$ . Это будет соответствовать локальному минимуму плотности вещества в центре, в отличие от звезд, образованных изотропной жидкостью, когда плотность в центре всегда имеет максимум.

Используя эти граничные условия, мы численно решали уравнения (11) и (12), стартуя с некоторой точки вблизи начала координат (то есть в окрестности  $x \approx 0$ ) и интегрируя до точки  $x = x_b$ , где плотность нейтронного вещества падала до величины  $\rho_b \approx 10^6 \text{ г см}^{-3}$ . Мы берем эту точку в качестве границы звезды. Эта плотность соответствует внешней границе коры нейтронной звезды, вплоть до которой используемые здесь УС (8) и (9) остаются справедливыми [1; 8].

Результаты численных расчетов представлены на рисунках 1 и 2. На рисунке 1 показаны соотношения масса — радиус для нейтронных звезд с различными значениями параметра анизотропии  $\alpha$ . Здесь точечный контур соответствует области наблюдательных ограничений, полученных для нейтронных звезд [16]. Как видно из рисунка 1, в случае изотропной жидкости (когда  $\alpha = 0$ ) кривая масса — радиус для УС SLy лишь частично попадает в наблюдательные ограничения. В то же время в случае УС BSk21 соответствующая кривая при  $\alpha = 0$  вообще не попадает в указанную область. То есть такое жесткое УС уже не может быть использовано для моделирования объектов с известными из наблюдений соотношениями масса — радиус.

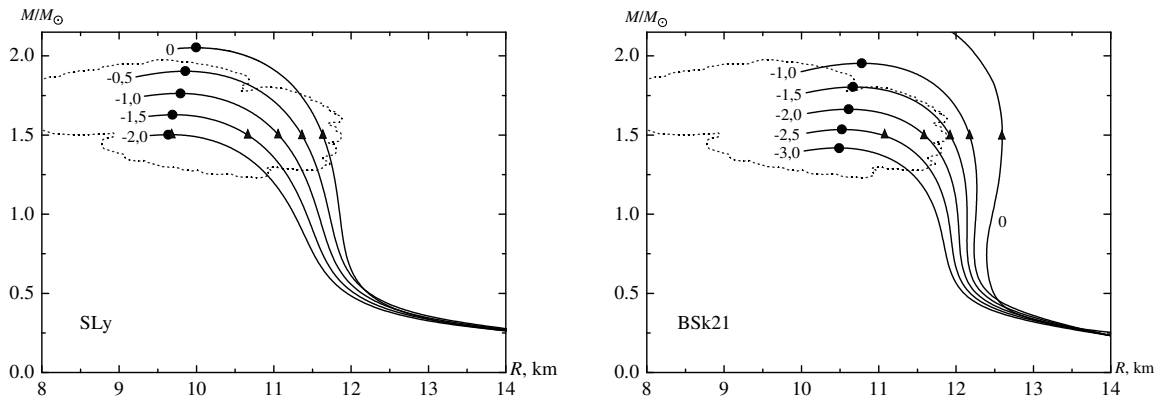


Рис. 1. Соотношения масса — радиус для нейтронных звезд, моделируемых УС SLy (слева) и BSk21 (справа). Массы измеряются в единицах массы Солнца, радиусы — в километрах. Числа возле кривых соответствуют величине параметра анизотропии  $\alpha$ . Треугольники соответствуют системам с одинаковой массой  $M = 1,5M_{\odot}$ . Границы области устойчивости обозначены жирными точками, левее которых системы неустойчивы (см. пункт 3)

Нашей целью в данной статье является попытка модифицировать систему таким образом, чтобы, учитывая принципиальную возможность наличия в системе анизотропии давления, рассчитанные кривые масса — радиус попадали в область наблюдательных ограничений. Как показывают расчеты, это удастся сделать при выборе  $\alpha < 0$ , что соответствует случаю, когда тангенциальное давление  $p_t$  меньше радиального  $p_r$  [см. выражение (7)]. На рисунке 1 показаны соответствующие зависимости масса — радиус для некоторых значений  $\alpha$ , позволяющих получать конфигурации, более или менее хорошо укладывающиеся в область наблюдательных ограничений.

Помимо изменений соотношения масса — радиус, наличие в системе анизотропии давления приводит также к изменениям распределений плотности энергии и давлений вдоль радиуса конфигурации. Для рассматриваемых здесь систем эти изменения проиллюстрированы на рисунке 2. Как можно видеть, по мере уменьшения параметра  $\alpha$  имеет место все большая концентрация вещества к центру, когда при фиксированном относительном радиусе  $x/x_b$  плотность энергии становится меньше. Одновременно с уменьшением  $\alpha$  увеличивается разница между тангенциальным и радиальным давлениями, особенно в областях, лежащих вблизи поверхности звезды. Также интересно отметить, что в случае УС BSk21 при больших отрицательных  $\alpha$  тангенциальное давление может становиться отрицательным, то есть играть роль натяжения, аналогично натяжениям, возникающим в твердых телах при растяжении.

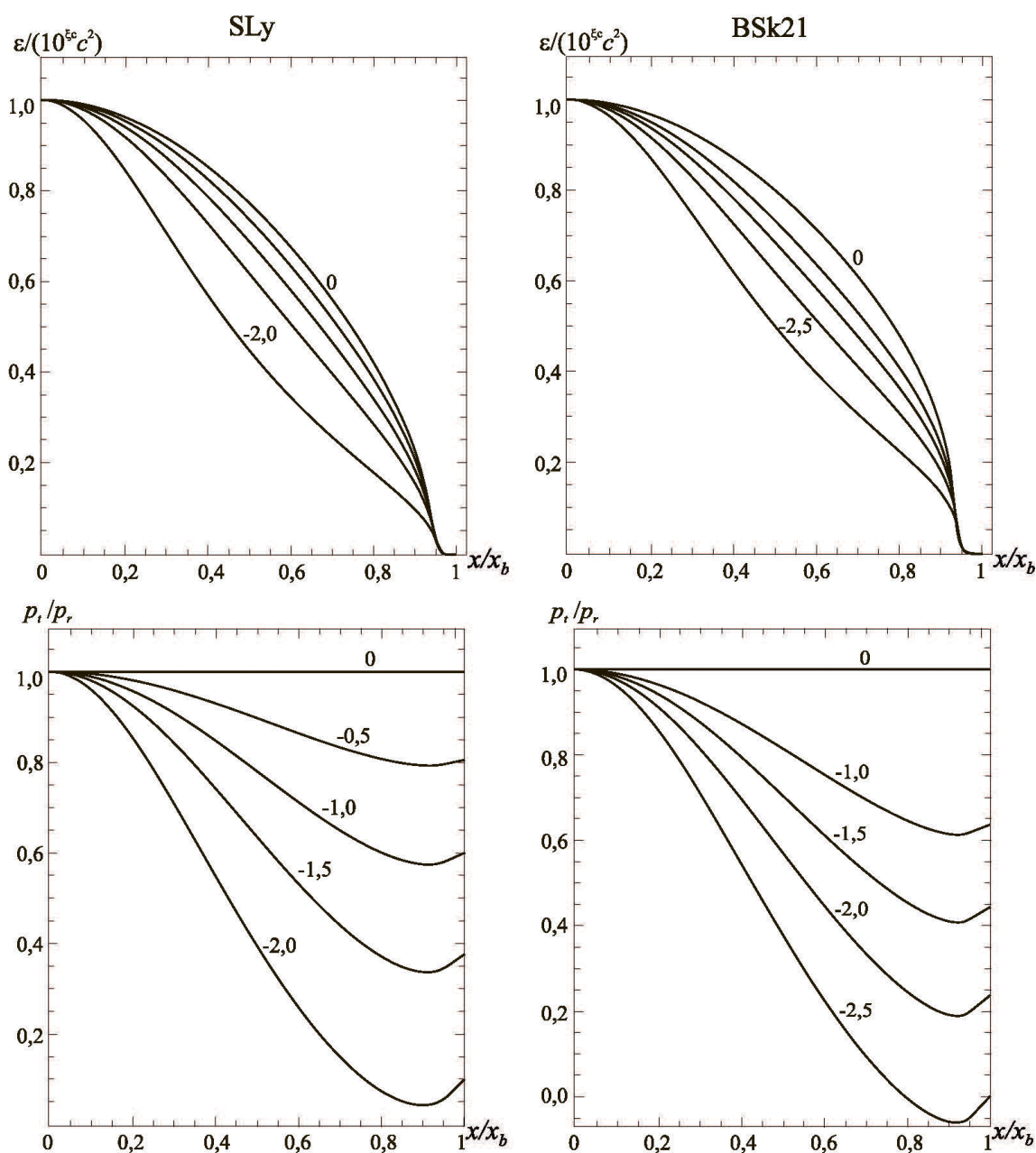


Рис. 2. Распределения по радиусу звезды плотности энергии  $\epsilon$  (измеряется в единицах центральной плотности энергии) и отношения тангенциального к радиальному давлений для конфигураций с массой  $M = 1,5M_{\odot}$ , отмеченных на рисунке 1 треугольниками. Рисунки слева построены для УС SLy [ $\alpha = 0, -0,5, -1,0, -1,5, -2,0$  (сверху вниз)], справа — для УС BSk21 [ $\alpha = 0, -1,0, -1,5, -2,0, -2,5$  (сверху вниз)]. Радиальная координата  $x$  отнормирована на радиус жидкости  $x_b$

### 3. Устойчивость

При построении жизнеспособной модели нейтронной звезды необходимо, чтобы описывающие ее решения были устойчивыми к возмущениям различного типа. В простейшем случае в литературе рассматривают устойчивость решений относительно малых (линейных) возмущений. При этом, выбирая различные УС-вещества, определяется об-

ласть допустимых параметров системы, при которых решения являются устойчивыми. Для заданного УС нейтронные звезды формируют семейство конфигураций, характеризующееся их центральной плотностью. По мере роста последней масса нейтронных звезд сначала возрастает, достигая максимального значения  $M_{\max}$ , а затем уменьшается. Этот максимум массы является критическим с точки зрения стабильности системы, поскольку при  $M = M_{\max}$  система перестает быть устойчивой. В случае изотропного вещества это было неоднократно продемонстрировано в литературе (см., например, [7]).

В этом разделе мы рассмотрим вопрос устойчивости нашей системы с анизотропной жидкостью. Для этого будем следовать стандартной процедуре исследования линейной стабильности, когда статические решения из раздела 2 возмущаются путем добавления к ним малых поправок. При этом как метрические функции  $\nu$ ,  $\lambda$  из (1), так и плотность энергии  $\epsilon$  и давления  $p_t$ ,  $p_r$  предполагаются теперь зависящими не только от радиальной координаты  $r$ , но и от временной координаты  $x^0$ . Тогда в рамках линейного анализа устойчивости они могут быть представлены в следующем гармоническом виде:

$$y = y_0(r) + y_p(r)e^{i\omega x^0}, \tag{15}$$

где  $y$  означает одну из указанных выше функций;  $y_0$  — статическое решение из пункта 2;  $y_p(r)$  зависит только от  $r$  (индекс  $p$  обозначает возмущение), а  $\omega$  есть частота радиальных колебаний.

Детальное описание вывода соответствующих уравнений на возмущения может быть найдено, например, в работе [4]. Чтобы не перегружать статью, здесь мы выпишем уже финальное уравнение, обобщенное на случай анизотропной жидкости, из решения которого будет определяться область устойчивости системы. Для этого, следуя [4], мы воспользуемся уравнением, которое получается из  $i = 1$  компоненты закона сохранения энергии-импульса  $T^k_{i;k} = 0$ . В случае используемых здесь УС (8) и (9) это уравнение может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \bar{\omega}^2 e^{\lambda_0 - \nu_0} (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi + \frac{d}{dx} \left\{ \frac{1}{c^2} \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} [x^2 (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi] \right\} + \\ & + \frac{b}{2} (\epsilon_0 + P_0) e^{\lambda_0} x \left\{ \frac{1}{c^2} \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} [x^2 (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi] + (\epsilon_0 + \Pi_0) \left( \frac{1}{x} + \nu'_0 \right) \psi \right\} + \\ & + \frac{1}{2x^2} \frac{d}{dx} [x^2 (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi] \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0 \right] \nu'_0 - \\ & - \frac{2\alpha}{x} \left\{ \frac{\mu_0}{c^2} \left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} [x^2 (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi] + b 10^{\zeta_0} x (\epsilon_0 + \Pi_0) \psi \right\} = 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь для упрощения записи введены статические радиальное  $P_0 \equiv p_{r0}$  и тангенциальное  $\Pi_0 \equiv p_{t0} = (1 + \alpha\mu_0) P_0$  давления; выражение

$$\left( \frac{dP}{d\rho} \right)_0 \equiv 10^{\zeta_0 - \epsilon_0} \frac{d\zeta_0}{d\xi_0}.$$

Также введена безразмерная частота  $\bar{\omega} = \omega L$ .

Согласно [4], для описания отклонения частиц системы от положения равновесия использовано так называемое лагранжево смещение  $\psi$ . В итоге для него имеется одно дифференциальное уравнение второго порядка в обыкновенных производных (16) (так



называемое уравнение пульсаций), решение которого, как показывается в [4], полностью определяет вопрос устойчивости системы. Для этого ищется такое решение этого уравнения, которое удовлетворяет граничным условиям

$$\psi = 0 \quad \text{при} \quad x = 0 \quad \text{и} \quad P_p = 0 \quad \text{при} \quad x = x_b, \quad (17)$$

где  $P_p$  есть возмущение радиального давления.

Уравнение (16) с граничными условиями (17) определяет задачу на собственные значения  $\bar{\omega}^2$ . При этом вопрос об устойчивости системы сводится к исследованию возможных значений  $\bar{\omega}^2$ . Если хотя бы одно из значений  $\bar{\omega}^2$  получается отрицательным, то возмущения будут расти, и конфигурация будет неустойчивой относительно радиальных колебаний. Поскольку собственные значения формируют дискретный спектр, нашей целью является поиск наименьшего собственного значения  $\bar{\omega}_0^2$ , и если оно положительно — конфигурация устойчива.

Очевидно, что для используемых здесь УС величина  $\bar{\omega}_0^2$  зависит только от центральной плотности нейтронного вещества  $\xi_c$ . Тогда, задаваясь некоторой  $\xi_c$ , для которой  $\bar{\omega}_0^2 > 0$ , и постепенно увеличивая ее, находим такое критическое  $\xi_c = \xi_{cr}$ , при котором  $\bar{\omega}_0^2 = 0$ . Дальнейшее увеличение  $\xi_c$  приведет к получению отрицательных  $\bar{\omega}_0^2$ , то есть такие конфигурации будут уже неустойчивыми.

Действуя подобным образом, мы определили точки на кривых масса — радиус (показаны жирными точками на рисунке 1), левее которых рассматриваемые здесь объекты являются неустойчивыми. Как и в случае систем, описываемых изотропными жидкостями, в нашем случае  $\xi_{cr}$  соответствует максимуму кривой масса — радиус. Соответственно, все системы, помеченные треугольниками на рисунке 1, лежат в области устойчивых решений.

### Заключение

Мы исследовали равновесные сильно гравитирующие конфигурации, состоящие из нейтронной жидкости с анизотропным давлением. Для описания такой жидкости использованы два реалистичных УС (8) и (9), а анизотропия моделировалась выражением (7), которое учитывает как локальные свойства вещества (через давление), так и квазилокальные свойства конфигурации (через компактность). Нашей целью было выяснить, как наличие такой анизотропии влияет на соотношение масса — радиус и внутреннюю структуру рассматриваемых моделей нейтронных звезд. При этом, используя имеющиеся в литературе данные астрофизических наблюдений по массам и радиусам нейтронных звезд, мы подбирали параметр анизотропии  $\alpha$  таким образом, чтобы уложиться в область допустимых наблюдательных ограничений.

Получены следующие результаты:

- 1) Выбирая отрицательные значения параметра  $\alpha$ , для обоих рассматриваемых здесь УС удается сместить кривые масса — радиус таким образом, чтобы они достаточно хорошо укладывались в наблюдательные ограничения (см. рис. 1). При этом в изотропном случае (когда  $\alpha = 0$ ) кривая масса — радиус либо лишь незначительно попадает в область наблюдательных ограничений (в случае УС SLy (8)), либо полностью лежит вне этой области для более жесткого УС BSk21 (9).
- 2) Помимо влияния на соотношение масса — радиус, наличие анизотропии приводит к заметным изменениям распределений плотности энергии и давлений нейтронного

вещества вдоль радиуса конфигураций (см. рис. 2). При этом, чем больше (по модулю) величина параметра анизотропии, тем большая концентрация вещества к центру системы имеет место. В то же время при больших отрицательных  $\alpha$  разница между тангенциальным и радиальным давлениями становится все больше, вплоть до того, что в случае жесткого УС BSk21 тангенциальное давление может становиться отрицательным во внешних областях звезды.

- 3) Используя анализ линейной устойчивости, определена область устойчивых решений для рассматриваемых систем с анизотропной жидкостью. Показано, что включение в систему анизотропии позволяет покрывать устойчивыми ветвями кривых масса — радиус значительную часть наблюдательно допустимой области (см. рис. 1).

Таким образом, видно, что наличие анизотропии давления оказывает существенное влияние как на соотношение масса — радиус нейтронных звезд, так и на их внутреннюю структуру. Очевидно, что полученные результаты являются существенно модельно зависимыми, и они, вообще говоря, определяются способом моделирования анизотропии в системе. К сожалению, в настоящее время не существует полностью однозначного способа определения истинной природы и величины анизотропии в реалистичных сверхплотных конфигурациях типа нейтронных звезд. Однако, если высокоплотные компактные объекты могут обладать анизотропным давлением, можно ожидать, что независимо от способа моделирования анизотропии будут иметь место изменения как структуры самой звезды, так и соотношения масса — радиус.

Авторы благодарны В.Н. Фоломееву за постановку задачи и обсуждение полученных результатов.

### ПРИМЕЧАНИЕ

<sup>1</sup> Работа поддержана грантами Министерства образования и науки Кыргызской Республики и Фонда Фольксваген.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Analytical representations of unified equations of state for neutron-star matter / A. Y. Potekhin, A.F. Fantina, N. Chamel, J.M. Pearson, S. Goriely // *Astron. Astrophys.* — 2013. — Vol. 560. — Article ID: A48. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201321697>.
2. Bayin, S.S. Anisotropic Fluid Spheres in General Relativity / S.S. Bayin // *Phys. Rev.* — 1982. — Vol. D26. — P. 1262–1274. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.26.1262>.
3. Bondi, H. Anisotropic spheres in general relativity / H. Bondi // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 1992. — Vol. 259. — P. 365–368. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/259.2.365>.
4. Chandrasekhar, S. The Dynamical Instability of Gaseous Masses Approaching the Schwarzschild Limit in General Relativity / S. Chandrasekhar // *Astrophys. J.* — 1964. — Vol. 140. — P. 417–433. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/147938>.
5. Douchin, F. A unified equation of state of dense matter and neutron star structure / F. Douchin, P. Haensel // *Astron. Astrophys.* — 2001. — Vol. 380. — P. 151–167. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20011402>.
6. Equation of State of a Dense and Magnetized Fermion System / E.J. Ferrer, V. de la Incera, J.P. Keith, P.L. Springsteen // *Phys. Rev.* — 2010. — Vol. C82, iss. 6. — Article ID: 065802. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.82.065802>.

7. Glendenning, N. K. Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity / N.K. Glendenning. — Berlin : Springer Science & Business Media, 2012. — 459 p.
8. Haensel, P. Analytical representations of unified equations of state of neutron-star matter / P. Haensel, A.Y. Potekhin // *Astron. Astrophys.* — 2004. — Vol. 428. — P. 191–197. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20041722>.
9. Heintzmann, H. Neutron stars with an anisotropic equation of state: mass, redshift and stability / H. Heintzmann, W. Hillebrandt // *Astron. Astrophys.* — 1975. — Vol. 38. — P. 51–55.
10. Herrera, L. Isotropic and anisotropic charged spheres admitting a one-parameter group of conformal motions / L. Herrera, J. Ponce de Leon // *J. Math. Phys.* — 1985. — Vol. 26. — P. 2302–2307. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.526813>.
11. Herrera, L. Local anisotropy in self-gravitating systems / L. Herrera, N. O. Santos // *Phys. Rep.* — 1997. — Vol. 286. — P. 53–130. — DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(96\)00042-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00042-7).
12. Herrera, L. General relativistic polytropes for anisotropic matter: The general formalism and applications / L. Herrera, W. Barreto // *Phys. Rev.* — 2013. — Vol. D88. — Article ID: 084022. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.084022>.
13. Horvat, D. Radial pulsations and stability of anisotropic stars with quasi-local equation of state / D. Horvat, S. Ilijic, A. Marunovic // *Classical Quantum Gravity.* — 2010. — Vol. 28, iss. 2. — Article ID: 025009. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/28/2/025009>.
14. Ivanov, B. V. The importance of anisotropy for relativistic fluids with spherical symmetry / B.V. Ivanov // *Int. J. Theor. Phys.* — 2010. — Vol. 49. — P. 1236–1243. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10773-010-0305-6>.
15. Mak, M.K. Anisotropic stars in general relativity / M.K. Mak, T. Harko // *Proc. R. Soc. Lond.* — 2003. — Vol. A459. — P. 393–408. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2002.1014>.
16. Ozel, F. Astrophysical Measurement of the Equation of State of Neutron Star Matter / F. Ozel, G. Baym, T. Guver // *Phys. Rev.* — 2010. — Vol. D82. — Article ID: 101301. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.82.101301>.
17. Perez Martinez, A. Anisotropic Pressures in Very Dense Magnetized Matter / A. Perez Martinez, H. Perez Rojas, H. Mosquera Cuesta // *Int. J. Mod. Phys.* — 2008. — Vol. D17. — P. 2107–2123. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218271808013741>.
18. Potekhin, A.Y. The physics of neutron stars / A.Y. Potekhin // *Phys. Usp.* — 2010. — Vol. 53. — P. 1235–1256. — DOI: <http://dx.doi.org/10.3367/UFNe.0180.201012c.1279>.
19. Quantum magnetic and gravitational collapse / M. Chaichian, S. S. Masood, C. Montonen, A. Perez Martinez, H. Perez Rojas // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84. — P. 5261–5264. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.5261>.
20. Ruderman, M. Pulsars: structure and dynamics / M. Ruderman // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* — 1972. — Vol. 10. — P. 427–476. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.10.090172.002235>.
21. Sawyer, R. F. Condensed pi- phase in neutron star matter / R. F. Sawyer // *Phys. Rev. Lett.* — 1972. — Vol. 29. — P. 382–385. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/10.1103/PhysRevLett.29.382>.
22. Sokolov, A.I. Phase transitions in a superfluid neutron fluid / A.I. Sokolov // *Sov. Phys. JETP.* — 1980. — Vol. 52. — P. 575–576.

### **REFERENCES**

1. Potekhin A.Y., Fantina A.F., Chamel N., Pearson J.M., Goriely S. Analytical Representations of Unified Equations of State for Neutron-Star Matter. *Astron. Astrophys.*, 2013, vol. 560, article ID: A48. DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201321697>.
2. Bayin S.S. Anisotropic Fluid Spheres in General Relativity. *Phys. Rev.*, 1982, vol. D26, pp. 1262-1274. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.26.1262>.
3. Bondi H. Anisotropic Spheres in General Relativity. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1992, vol. 259, pp. 365-368. DOI: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/259.2.365>.

4. Chandrasekhar S. The Dynamical Instability of Gaseous Masses Approaching the Schwarzschild Limit in General Relativity. *Astrophys. J.*, 1964, vol. 140, pp. 417-433. DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/147938>.
5. Douchin F., Haensel P. A Unified Equation of State of Dense Matter and Neutron Star Structure. *Astron. Astrophys.*, 2001, vol. 380, pp. 151-167. DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20011402>.
6. Ferrer E.J., de la Incera V., Keith J.P., Springsteen P.L. Equation of State of a Dense and Magnetized Fermion System. *Phys. Rev.*, 2010, vol. C82, iss. 6, article ID: 065802. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.82.065802>.
7. Glendenning N.K. *Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity*. Berlin, Springer Science & Business Media, 2012. 459 p.
8. Haensel P., Potekhin A.Y. Analytical Representations of Unified Equations of State of Neutron-Star Matter. *Astron. Astrophys.*, 2004, vol. 428, pp. 191-197. DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20041722>.
9. Heintzmann H., Hillebrandt W. Neutron Stars with an Anisotropic Equation of State: Mass, Redshift and Stability. *Astron. Astrophys.*, 1975, vol. 38, pp. 51-55.
10. Herrera L., Ponce de Leon J. Isotropic and Anisotropic Charged Spheres Admitting a One-Parameter Group of Conformal Motions. *J. Math. Phys.*, 1985, vol. 26, pp. 2302-2307. DOI: <http://dx.doi.org/10.1063/1.526813>.
11. Herrera L., Santos N.O. Local Anisotropy in Self-Gravitating Systems. *Phys. Rep.*, 1997, vol. 286, pp. 53-130. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(96\)00042-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00042-7).
12. Herrera L., Barreto W. General Relativistic Polytropes for Anisotropic Matter: The General Formalism and Applications. *Phys. Rev.*, 2013, vol. D88, article ID: 084022. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.88.084022>.
13. Horvat D., Ilijic S., Marunovic A. Radial Pulsations and Stability of Anisotropic Stars with Quasi-Local Equation of State. *Classical Quantum Gravity*, 2010, vol. 28, iss. 2, article ID: 025009. DOI: <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/28/2/025009>.
14. Ivanov B.V. The Importance of Anisotropy for Relativistic Fluids with Spherical Symmetry. *Int. J. Theor. Phys.*, 2010, vol. 49, pp. 1236-1243. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10773-010-0305-6>.
15. Mak M.K., Harko T. Anisotropic Stars in General Relativity. *Proc. R. Soc. Lond.*, 2003, vol. A459, pp. 393-408. DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2002.1014>.
16. Ozel F., Baym G., Guver T. Astrophysical Measurement of the Equation of State of Neutron Star Matter. *Phys. Rev.*, 2010, vol. D82, article ID: 101301. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.82.101301>.
17. Perez Martinez A., Perez Rojas H., Mosquera Cuesta H. Anisotropic Pressures in Very Dense Magnetized Matter. *Int. J. Mod. Phys.*, 2008, vol. D17, pp. 2107-2123. DOI: <http://dx.doi.org/10.1142/S0218271808013741>.
18. Potekhin A.Y. The Physics of Neutron Stars. *Phys. Usp.*, 2010, vol. 53, pp. 1235-1256. DOI: <http://dx.doi.org/10.3367/UFNe.0180.201012c.1279>.
19. Chaichian M., Masood S.S., Montonen C., Perez Martinez A., Perez Rojas H. Quantum Magnetic and Gravitational Collapse. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 84, pp. 5261-5264. DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.5261>.
20. Ruderman M. Pulsars: Structure and Dynamics. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1972, vol. 10, pp. 427-476. DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.aa.10.090172.002235>.
21. Sawyer R.F. Condensed Pi- Phase in Neutron Star Matter. *Phys. Rev. Lett.*, 1972, vol. 29, pp. 382-385. DOI: <http://dx.doi.org/10.1146/10.1103/PhysRevLett.29.382>.
22. Sokolov A.I. Phase Transitions in a Superfluid Neutron Fluid. *Sov. Phys. JETP*, 1980, vol. 52, pp. 575-576.

## NEUTRON STARS WITH ANISOTROPIC MATTER

**Elizat Medetkanovna Bakirova**

Senior Lecturer, Department of Theoretical Physics,  
Balasagyn Kyrgyz National University  
elizabetha\_83@mail.ru  
Frunze St., 547, 720033 Bishkek, Kyrgyz Republic

**Iuliia Mikhaylovna Salamatina**

Acting Junior Researcher,  
Research Station of the Russian Academy of Sciences in Bishkek  
salam\_yuliya13@mail.ru  
Bishkek-49, 720049 Bishkek, Kyrgyz Republic

**Abstract.** We have studied equilibrium, strongly gravitating configurations consisting of a neutron fluid with an anisotropic pressure. The fluid is described by two realistic equations of state (the softer SLy and the stiffer BSk21), and the anisotropy is modeled by the expression that takes into account both the local properties of the fluid (via the pressure) and the quasilocal properties of the configuration (via the compactness). Our purpose was to clarify how the presence of such an anisotropy influences the mass-radius relation and the internal structure of the models of neutron stars under consideration. In doing so, we have employed the recent astrophysical measurements of the mass and radius of neutron stars known from the literature. It enabled us to choose the anisotropy parameter  $\alpha$  in such a way as to satisfy the allowed observational constraints.

It was shown that when one chooses negative values of the parameter  $\alpha$  for the aforementioned equations of state, it is possible to shift the mass-radius curve in such a way as to satisfy the observational constraints well enough. This situation differs considerably from the isotropic case (when  $\alpha = 0$ ) where the mass-radius curve either falls just slightly in the region of the observational constraints (in the case of the SLy equation of state) or lies completely outside this region for the stiffer BSk21 equation of state.

Also, apart from the influence on the mass-radius relation, the presence of the anisotropy results in considerable changes in the distribution of the neutron matter energy density and pressure along the radius of the configurations. Namely, the greater (modulus) the value of the anisotropy parameter, a greater concentration of matter toward the center takes place. At the same time, for large negative  $\alpha$  the difference between the tangential and radial pressures becomes greater, and, in the case of the stiff BSk21 equation of state, the tangential pressure can even become negative in the exterior regions of the star.

Using the linear stability analysis, we have determined the region of stable solutions for the anisotropic systems under consideration. It was shown that the inclusion of the anisotropy enables one to cover by stable branches of the mass-radius curves a considerable part of the region allowed by the observations.

**Key words:** relativistic stars, mass-radius relation, anisotropic pressure, realistic equation of state, observational data.