



DOI: <https://doi.org/10.15688/mpcm.jvolsu.2020.3.3>

УДК 524.5-7

Дата поступления статьи: 27.03.2020

ББК 22.66

Дата принятия статьи: 11.05.2020

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ОБОЛОЧКЕ ОСТАТКА СВЕРХНОВОЙ, РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ В СЛАБО НЕОДНОРОДНОЙ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЕ¹

Виталий Владимирович Королев

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики и волновых процессов,
Волгоградский государственный университет
korolev.vv@volsu.ru, vitokorolev@gmail.com
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Михаил Анатольевич Еремин

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики и волновых процессов,
Волгоградский государственный университет
eremin@volsu.ru, ereminmikhail@gmail.com
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Илья Геннадьевич Коваленко

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры теоретической физики и волновых процессов,
Волгоградский государственный университет
ilya.g.kovalenko@gmail.com, i.kovalenko@volsu.ru
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Андрей Михайлович Занкович

Научный сотрудник кафедры теоретической физики и волновых процессов,
Волгоградский государственный университет
tf@volsu.ru, zed81@list.ru
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. Астрономические наблюдения показывают, что остатки сверхновых, даже с близкой к сферической формой, обычно имеют разно-масштабные искажения в виде ряби или вытянутых волокон газа. Например, в остатке 0509-67.5, на ударной волне которого отчетливо видно волнистое

возмущение с 15 изгибами. В качестве одного из возможных механизмов генерации таких структур рассматривается глобальная неустойчивость течения. В работе [26] в рамках линейного анализа было показано, что эта неустойчивость имеет резонансный характер, то есть возмущения определенной длины волны растут быстрее, а потому рябь в оболочке остатка проявится преимущественно в определенном диапазоне масштабов. В данной работе мы представляем результаты численного моделирования нелинейной стадии этой неустойчивости, вызванной малыми возмущениями во внешней среде в зависимости от их масштабов и интенсивности. В частности, показано, что внешние возмущения вызывают турбулизацию течения за фронтом ударной и формирование внутри оболочек радиально вытянутых филаментов с вихревой структурой, количество которых определяется номером гармоники возмущения l .

Ключевые слова: межзвездная среда, остатки сверхновых, неустойчивости, турбулентность, численное моделирование.

Введение

Сверхновые как на стадиях перед вспышкой, так и после, в форме остатка, оказывают существенное влияние на динамику, физико-химическое состояние и эволюцию окружающей межзвездной среды (МЗС). МЗС является неоднородной по своим физико-химическим свойствам, представляя собой систему сложных газопылевых структур и турбулентных течений. Со стороны сверхновых МЗС подвержена влиянию как излучения, так и ударных волн — первичных, ограничивающих оболочку остатка, и вторичных, возникших при взаимодействии оболочки с окружающим ее веществом. Вследствие такого взаимодействия ударная волна, имевшая первоначально практически сферическую форму, искажается, а внутри остатка становятся заметными сгущения газа, рябь или вытянутые волокнистые структуры.

Отклонения от сферической формы и мелкомасштабная (в сравнении с радиусом остатка) рябь в оболочках сверхновых отмечается, например, в остатках сверхновых 1006 и 1572 годов, в остатке NGC 6960/95 (Петля Лебеда) или в остатке 0509-67.5 [15; 23; 24]. Интересно, что подобные особенности имеют регулярный характер, как, например, в остатке 0509-67.5, на ударной волне которого отчетливо видно волнистое возмущение с 15 изгибами. Однозначного объяснения это явление пока не имеет. Часть авторов [14; 15] рассматривают эти возмущения как чисто турбулентные явления локального характера, другие исследователи [13] полагают, что возмущения возникают вследствие взаимодействия ударной волны с диффузными облаками, что также является локальным механизмом генерации. Однако этими механизмами сложно объяснить регулярность в расположении возмущений сразу по всему фронту ударной волны, поскольку турбулентность должна действовать в большом диапазоне масштабов, а распределение облаков хаотично. Возникновение регулярных возмущений больше напоминает развитие неустойчивости.

В теории глобальной неустойчивости сферической ударной волны, обсуждаемой в работах [16; 18], оболочку остатка интерпретируют как своего рода сферический резонатор, который может усиливать приходящие извне возмущения. Согласованная упорядоченность и соразмерность наблюдаемой ряби на границе между внешней средой и

оболочкой остатка, судя по всему, говорит в пользу именно этого механизма. Собственные моды для течения со сферической ударной волной детально изучались в работах [11; 16; 17; 22] для сплошного течения и [10; 18] — для течения с пустотой в центре. В частности, авторами [16; 18] было показано, что расширяющаяся ударная волна в целом неустойчива относительно малых возмущений. Возможность усиления турбулентности за ударным фронтом остатка сверхновой была доказана теоретически [8; 25] и исследовалась как численно [7; 9; 12], так и экспериментально [6]. Однако внимание в этих исследованиях было сосредоточено в основном на локальных механизмах усиления турбулентности.

Усиление возмущений плотности и завихренности потока газа за фронтом сферической ударной волны в рамках линейного подхода, аналогичного [16; 18], исследовалось аналитически в работе [26]. Авторами были уточнены граничные условия, получены коэффициенты усиления мод возмущений с разными волновыми числами и было показано, что глобальная неустойчивость фронта ударной волны имеет резонансный характер. Это означает, что возмущения с определенной длиной волны будут расти быстрее, а потому станут более заметными в структуре течения, а рябь в оболочке остатка проявится преимущественно в определенном диапазоне масштабов.

Исследование нелинейной стадии этой неустойчивости пока не проводилось, так как возможности аналитического подхода сильно ограничены из-за сложности и громоздкости основных уравнений. Цель данной работы — численное исследование развития неустойчивости течения за фронтом сферической ударной волны, вызванной малыми возмущениями во внешней среде в зависимости от их масштабов и интенсивности.

1. Физическая модель и основные уравнения

В современной астрофизике модель расширения остатка сверхновой включает несколько стадий. Первая — свободный разлет плотного материала (эжекты) взорвавшейся звезды в существенно менее плотной МЗС. По мере увеличения радиуса остатка плотность вещества внутри него падает и становится сопоставимой с внешней, когда размер остатка достигает нескольких парсек. Дальнейшее расширение продолжается под действием давления все еще горячего газа. Пока не сформируется плотная оболочка из нагретого газа, энергопотери на охлаждение газа остаются малыми в сравнении с полной энергией остатка. Вследствие этого данная стадия эволюции остатка называется адиабатической. Она хорошо описывается в рамках газовой динамики, и аналитическое решение для нее было получено Л.И. Седовым [5].

Автомодельное решение Седова описывает сферическую ударную волну в идеальном газе с показателем адиабаты γ , распространяющуюся от центра взрыва (далее эта точка рассматривается как начало координат) по первоначально неподвижной среде. В общем случае невозмущенная среда предполагается неоднородной со степенным законом распределения плотности:

$$\rho_0(r) = \rho_{00}r^{-\omega}, \quad (1)$$

где ρ_{00} и ω — некоторые постоянные, а r — расстояние от начала координат. Взрыв характеризуется выделением в начальный момент энергии E_0 в начале координат, что приводит к формированию сильной ударной волны.

Движение идеального газа в отсутствие внешних сил описывается следующей си-

стемой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left[\frac{\mathbf{v}^2}{2} + \varepsilon \right] \right) + \operatorname{div} \left(\rho \mathbf{v} \left[\frac{\mathbf{v}^2}{2} + \chi \right] \right) = 0, \quad (4)$$

где ρ — плотность; \mathbf{v} — скорость вещества; ε и χ — внутренняя энергия и энтальпия единицы массы вещества; p — давление.

Как было показано в работе [5], временную зависимость положения ударного фронта можно найти из соображений размерности. Управляющими параметрами задачи являются энергия взрыва E_0 и невозмущенная плотность $\rho_0(r)$. Радиус фронта ударной волны R_s в таком случае однозначно определяется через эти два размерных параметра и время t с точностью до некоторого безразмерного числового множителя:

$$R_s = At^\delta, \quad (5)$$

где

$$\delta = \frac{2}{(5 - \omega)} \quad (6)$$

так называемый *показатель автомодельности* — постоянная, зависящая от степени неоднородности в распределении плотности невозмущенной среды; A — постоянная, определяемая энергией взрыва E_0 и показателем адиабаты γ . Скорость ударной волны V_s согласно решению Седова определяется соотношением:

$$V_s = \frac{dR_s}{dt} = \delta \frac{R_s}{t}, \quad (7)$$

где R_s — радиус фронта волны.

Далее мы будем отталкиваться от соображений и результатов, представленных в работе [26]. Адиабатическое расширение остатка будем рассматривать в сопутствующей фронту ударной волны системе координат, так что в ней R_s всегда остается постоянной. Для этого необходимо ввести безразмерные переменные и провести преобразования уравнений (2)–(4). В этой системе координат переменные

$$\xi = \mathbf{r}/R_s(t), \quad (8)$$

$$\tau = \ln(t/t_0) \quad (9)$$

заменяют радиус-вектор и время соответственно. В частности, значение $\xi = 1$ отвечает положению фронта ударной волны. Две угловые координаты сферической системы θ и φ при переходе остаются прежними. Величина t_0 , которая определяет момент начала отсчета времени, может быть выбрана произвольно. В дальнейшем при расчетах начальное значение τ полагалось равным нулю.

Уравнения (2)–(4) после преобразований приобретают вид:

$$\frac{\partial D}{\partial \tau} + \nabla(D\mathbf{U}) = \delta(\omega - 3)D, \quad (10)$$

$$\frac{\partial D\mathbf{U}}{\partial \tau} + \nabla \left(D\mathbf{U} \otimes \mathbf{U} + \frac{DZ}{\gamma} \right) = D(\delta(1 - \delta)\xi + (1 - \delta(5 - \omega))\mathbf{U}), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(D \left[\frac{U^2}{2} + \frac{Z}{\gamma(\gamma - 1)} \right] \right) + \nabla \left(D\mathbf{U} \left[\frac{U^2}{2} + \frac{Z}{\gamma - 1} \right] \right) = \\ = - \left(\frac{\delta(2 - \omega) - 2}{\gamma} + 3\delta \right) \frac{DZ}{\gamma - 1} - \left(\frac{\delta(5 - \omega)}{2} - 1 \right) (U^2 + 2\delta\xi\mathbf{U}) D - \\ - \delta(\mathbf{U} + \delta\xi)D\mathbf{U} - (1 - \delta(5 - \omega))D\mathbf{U}\xi. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь введены безразмерные величины $D(\xi, \tau)$, $\mathbf{U}(\xi, \tau)$ и $Z(\xi, \tau)$ так, что

$$\rho = \rho_{00}A^{-\omega}t^{-\delta\omega}D, \quad (13)$$

$$\mathbf{v} = At^{\delta-1}(\delta\xi + \mathbf{U}), \quad (14)$$

$$p = \rho_{00}A^{2-\omega}t^{\delta(2-\omega)-2}DZ/\gamma. \quad (15)$$

Они являются безразмерными аналогами плотности ρ , скорости \mathbf{v} и квадрата скорости звука $c_s^2 = ZR_s^2/t^2$.

При $\xi \leq 1$ параметры газа соответствуют течению газа внутри остатка, а при $\xi > 1$ — внешнему газу. Очевидно, в сопутствующей системе внутреннее течение стационарно, тогда как внешний газ движется, фактически падает на неподвижный фронт ударной волны. Параметры внешнего невозмущенного течения можно получить из формул (13)–(15):

$$D_{out} = \xi^{-\omega}, \quad (16)$$

$$\mathbf{U}_{out} = -\delta\xi, \quad (17)$$

$$Z_{out} = 0. \quad (18)$$

Величину Z_{out} в аналитических расчетах полагают равной нулю, считая, что давление и скорость звука во внешней среде существенно меньше, чем за фронтом волны.

В более ранних работах [16; 18; 26] исследовалась устойчивость течения со сферической ударной волной относительно малых возмущений. Линейный анализ показывает, что амплитуда этих возмущений в потоке за фронтом волны растет. При этом неустойчивые режимы существуют при $\gamma < 1,2$ для непрерывного до центра решения (при $\omega = 0$) и для любого разрешенного γ в случае оболочечного решения (например, при $\omega = 2,7$).

Благодаря сферической симметрии невозмущенного течения оказывается удобным представлять в общем случае произвольные возмущения плотности, давления и скорости во внешнем течении через разложения в ряды по сферическим функциям $\sim f(\xi)Y_{lm}(\theta, \varphi)$. В частности, возмущения плотности можно записать в виде:

$$f_D(\xi, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{D_{lm}}(\xi)Y_{lm}(\theta, \varphi)\tau^{-is_l}. \quad (19)$$

В этих формулах индексы l и m — номера гармоник (волновые числа), а s_l — временная частота [26].

2. Параметры моделей и методы решения

Моделирование неустойчивости сферической ударной волны проводилось численно в рамках двумерного приближения. Исследовались осесимметричные решения вида $f = f(r, z, \tau)$, где пространственные r и z координаты — компоненты вектора $\xi = (r, \varphi, z)$ в цилиндрической системе.

Как и в работе [26], были рассмотрены два типа моделей: с $\gamma = 1,1$ при $\omega = 0$ и с $\gamma = 4/3$ при $\omega = 2,7$. Первый случай отвечает непрерывному решению, второй — решению в виде оболочки с пустотой в центре. В обоих случаях линейная теория предсказывает усиление возмущений за фронтом волны.

Начальное состояние формировалось в два этапа. Вначале в области вне ударной волны при $\xi > 1$ задавалось невозмущенное течение согласно формулам (16)–(18). Затем полученные распределения дополнялись предварительно рассчитанными значениями параметров стационарного течения внутри фронта при $\xi \leq 1$. Отметим, что если в аналитических расчетах давление во внешнем невозмущенном газе p_{out} допустимо принимать равным нулю, при численном моделировании необходимо инициализировать малым, отличным от нуля значением. Фактически это означает, что величина Z_{out} не постоянна, но остается малой величиной при малых значениях p_{out} . При вычислениях было принято, что $Z_{out} = 10^{-6}$.

Подготовленные таким образом начальные состояния далее подвергались воздействию возмущений во внешнем течении. В самом простом случае это неоднородности в виде малых вариаций плотности (19), не зависящих от φ при выбранной осевой геометрии моделей. Так как интерес представляет отклик на возмущения с конкретными волновыми числами, выбирались чистые базисные возмущения для соответствующего волнового числа l вида:

$$f_D(\xi, t) = f_{D_l}(\xi, t)Y_{l0}(\theta, \varphi), \quad (20)$$

где $f_{D_l}(\xi, t)$ — амплитуда возмущения. При проведении расчетов возмущение генерируется во внешнем течении на сфере радиуса $\xi = 1,5$ с постоянной амплитудой $f_{D_l}(\xi, t) = D_{out}(\xi) \cdot F_0$. Относительная интенсивность возмущения F_0 является еще одним управляющим параметром и выбиралась в диапазоне $F_0 = 10^{-3} - 10^{-1}$.

Особенности геометрии задачи позволяют вести вычисления в прямоугольной области $0 \leq r \leq 1,5$ и $-1,5 \leq z \leq 1,5$, одной из сторон которой является ось симметрии z . Шаг сеток $h = 0,002$ при разрешении 750×1500 . Параметры газа на боковой границе области $r = 0$ определяются условиями осевой симметрии, а на остальных границах задаются согласно формулам для невозмущенного течения (16)–(18).

Для решения уравнений (10)–(12) была использована оригинальная программа для гидро- и газодинамического моделирования, построенная в виде параллельного модульного кода, аналогичного AstroChemHydro [1]. Код программы создан на основе схемы MUSCL TVD [3; 19–21] третьего порядка точности по пространству и второго по времени с использованием расщепления по физическим процессам [2; 4].

3. Результаты и обсуждение

Для каждого из двух типов моделей расчеты проводились при разных значениях волнового числа l , принимавшего значения от 0 до 40. Полученные при моделировании нелинейной стадии неустойчивости результаты в целом согласуются с предсказаниями теории. И в случае непрерывных, и в случае оболочечных начальных состояний

возмущения быстро усиливаются, что приводит к перестройке зафронтного течения. Сразу отметим, что из-за особенностей течения — осевой симметрии и низкого внешнего давления наложение возмущений вызывает локальную численную неустойчивость типа карбункул, но только в полярных областях оболочек, остальное течение она не затрагивает.

На рисунках 1 и 2 показаны в сравнении начальное состояние течения и характерные состояния после воздействия наиболее сильных возмущений с $F_0 = 0,1$. В случае однородной среды при $\omega = 0$ в течении возникают многочисленные мелкомасштабные вихри, фактически турбулентность развивается прямо за фронтом ударной волны. Однако видна и крупномасштабная периодичность, связанная с волновым числом, которое обуславливает как размеры наиболее крупных вихрей (видны характерные ячейки), так и изгибы фронта самой ударной волны. В моделях с оболочечным решением при $\omega = 2,7$ форма фронта также изменяется при подстройке к возмущениям во внешнем потоке. Главным отличием между этими моделями является то, что в оболочке формируются радиально вытянутые филаменты, связанные с ее внутренним краем.

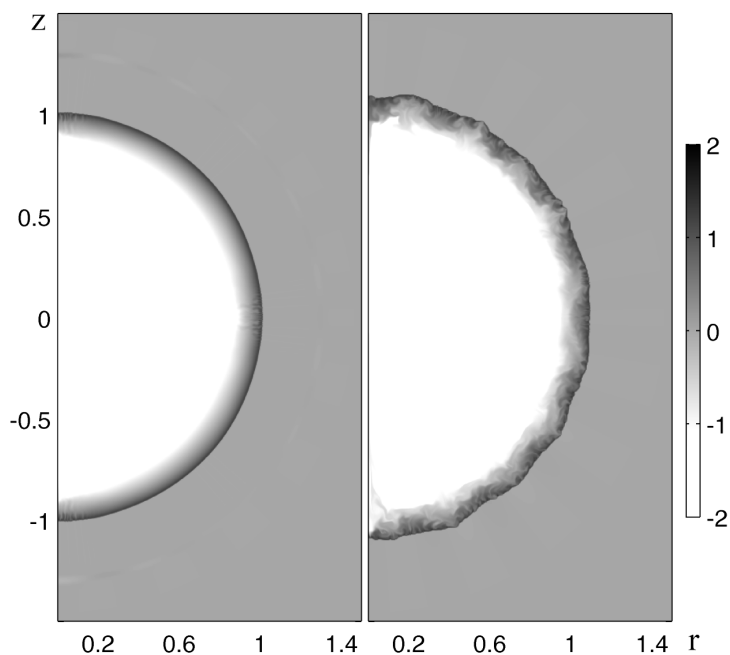


Рис. 1. Распределения логарифма безразмерной плотности $\lg(D)$ при $\tau = 0$ (слева) и $\tau = 10$ (справа): модель $\omega = 0$, $\gamma = 1,1$, $l = 19$, $F_0 = 0,1$

Развитие турбулентности и филаментных структур в оболочке с течением времени показано на рисунке 3. Вначале в оболочке за выдающимися наружу участками фронта ударной волны возникают регулярные уплотнения каплевидной формы. Контраст плотности между окружающей средой и уплотнениями с течением времени растет и к временам $\tau \sim 4$ достигает 1,5–2 раз. Признаки вихревого движения в потоке появляются при $\tau \sim 5$, что можно считать началом перехода неустойчивости в нелинейную стадию. Каплевидные уплотнения приобретают характерную форму гриба, разветвляются и вытягиваются к внешнему краю оболочки. Это указывает на то, что неустойчивость имеет конвективный характер. К моменту окончания расчета контраст плотности в них и окружающем газе достигает ~ 100 .

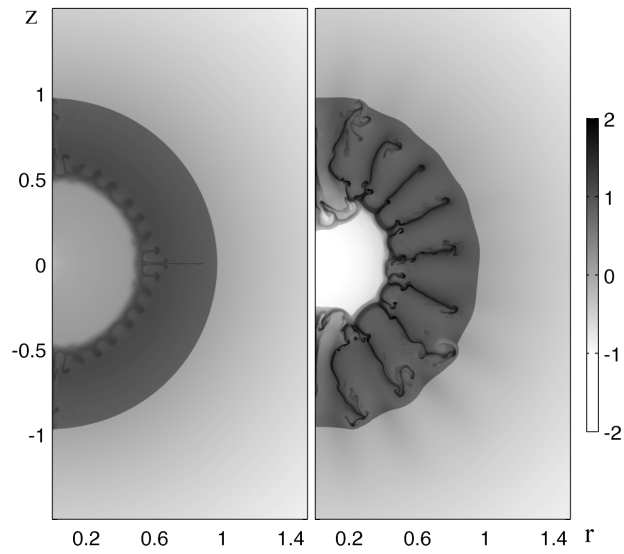


Рис. 2. Распределения логарифма безразмерной плотности $\lg(D)$ при $\tau = 0$ (слева) и $\tau = 10$ (справа): модель $\omega = 2,7$, $\gamma = 4/3$, $l = 19$, $F_0 = 0,1$

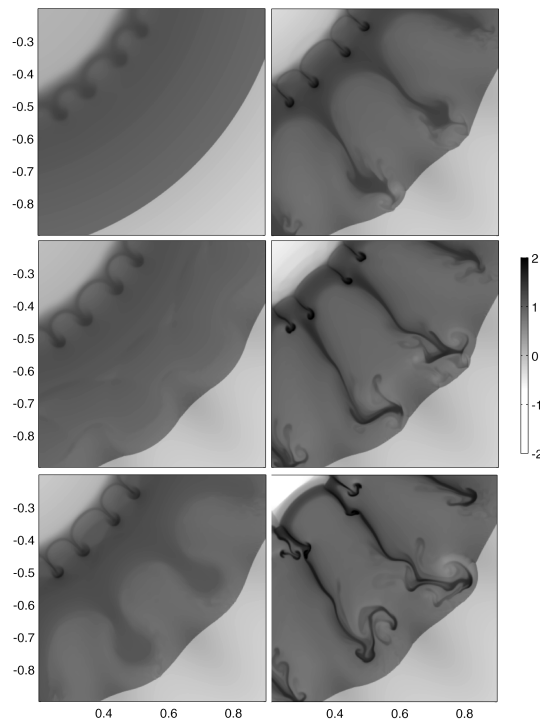


Рис. 3. Развитие неустойчивости в оболочке за фронтом ударной волны в модели $\omega = 2,7$, $\gamma = 4/3$, $l = 19$, $F_0 = 0,1$

Хотя наиболее интенсивный отклик течения предсказывался в работе [26] в интервале $15 \leq l \leq 20$, расчеты показывают, что при изменении волнового числа l существенную количественную разницу, кроме очевидной геометрической, между решениями выявить сложно. В случае непрерывного начального состоянии воздействие возмущений с $l > 20$ разбивает упорядоченную структуру мелкомасштабной турбулентностью, и вблизи внешнего края ударной волны структура течения полностью хаотична. Турбу-

лентность в оболочках развивается по описанному выше сценарию, причем количество филаментов соответствует номеру гармоники возмущения. Скорость развития зависит от начальной интенсивности возмущений F_0 , но к контрольному времени при заданном F_0 параметры течения в моделях с разными l оказываются близкими (см. рис. 4).

Заключение

В настоящей работе представлены результаты моделирования нелинейной стадии развития неустойчивости сферической ударной волны, расширяющейся в среде с малыми вариациями плотности:

- 1) Разработана численная двумерная модель адиабатического течения со сферической ударной волной в сопутствующей системе координат.
- 2) Показано, что как и предсказывалось в линейном анализе, возмущения во внешнем потоке усиливаются за фронтом ударной волны, что приводит к развитию неустойчивости конвективного типа и развитию турбулентности.
- 3) Результаты численного моделирования показывают, что в течениях оболочечного типа (при $\omega = 2,7$ и $\gamma = 4/3$) внешние возмущения, наряду с характерной перестройкой ударного фронта и турбулизацией течения за ним, вызывают формирование за ударной волной радиально вытянутых филаментов с вихревой структурой, количество которых определяется номером гармоники возмущения l .

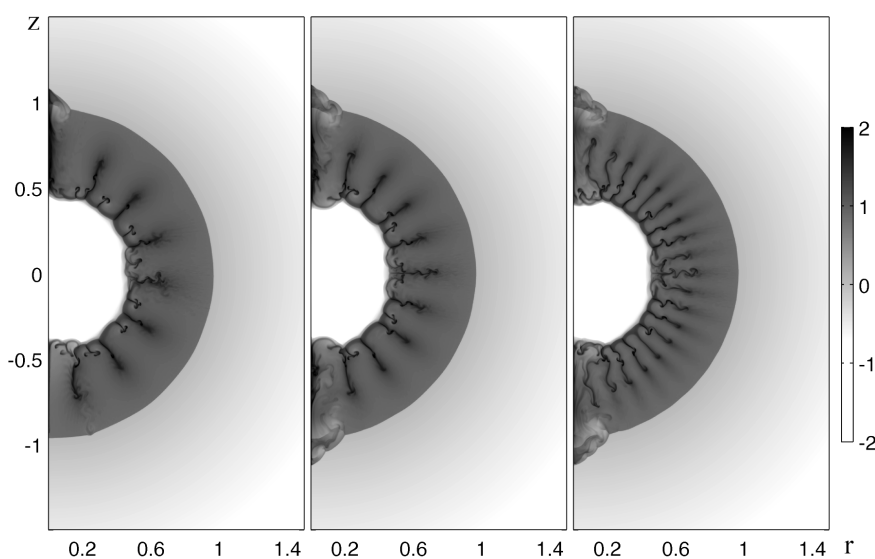


Рис. 4. Филаментная структура течения в оболочке в зависимости от волнового числа $l = 15$ (слева), $l = 20$ (в центре), $l = 40$ (справа) при $\omega = 2,7$, $\gamma = 4/3$, $F_0 = 0,03$

ПРИМЕЧАНИЕ

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области, проект № 19-42-340004 р_а «Неустойчивости в оболочке остатка сверхновой, расширяющегося в слабо неоднородной межзвездной среде».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Еремин, М. А. AstroChemHydro: параллельный код для моделирования химико-динамической эволюции межзвездной среды / М. А. Еремин, Е. О. Васильев, В. Н. Любимов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. — 2012. — Т. 16, вып. 42, № 3 (48). — С. 99–107.
2. Ковеня, В. М. Метод расщепления в задачах газовой динамики / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. — Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1981. — 304 с.
3. Колган, В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики / В. П. Колган // Ученые записки ЦАГИ. — 1972. — Т. 3, № 6. — С. 68–77.
4. Марчук, Г. И. Методы расщепления / Г. И. Марчук. — М. : Наука, 1988. — 263 с.
5. Седов, Л. И. Движение воздуха при сильном взрыве / Л. И. Седов // ДАН СССР. — 1946. — Т. 52, вып. 42, № 1. — С. 17–20.
6. Andreopoulos, Y. Shock wave-turbulence interactions / Y. Andreopoulos, J. H. Agui, G. Briassulis // Annu. Rev. Fluid Mech. — 2000. — Vol. 32. — P. 309–345.
7. Balsara, D. The evolution of adiabatic supernova remnants in a turbulent magnetized medium / D. Balsara, R. A. Benjamin, D. P. Cox // The Astrophys. J. — 2001. — Vol. 563. — P. 800–805.
8. Donzis, D. A. Amplification factors in shock-turbulence interactions: effect of shock thickness / D. A. Donzis // Phys. Fluids. — 2012. — Vol. 24, iss. 1. — Article ID: 011705. — DOI: 10.1063/1.3676449.
9. Direct numerical simulation of the interaction between a shock wave and various types of isotropic turbulence / S. Jamme, J. B. Cazzalou, F. Torres, P. Chassaing // Flow Turbul. Combust. — 2002. — Vol. 68. — P. 227–268.
10. Goodman, J. Convective instability of hollow Sedov-Taylor blast waves / J. Goodman // The Astrophys. J. — 1990. — Vol. 358. — P. 214–228.
11. Kushnir, D. The Stability of Decelerating Shocks Revisited / D. Kushnir, E. Waxman, D. Shvarts // The Astrophys. J. — 2005. — Vol. 634. — P. 407–418.
12. Lee, S. Interaction of isotropic turbulence with shock waves: effect of shock strength / S. Lee, S. K. Lele, P. Moin // J. Fluid Mech. — 1997. — Vol. 340. — P. 225–247.
13. Patnaude, D. J. An Isolated, Recently Shocked ISM Cloud in the Cygnus Loop Supernova Remnant / D. J. Patnaude, R. A. Fesen, J. C. Raymond // The Astron. J. — 2002. — Vol. 124. — P. 2118–2134.
14. Raymond, J. C. Clouds and Instabilities in Supernova Remnant Structure: Interstellar Turbulence and Rippled Shocks / J. C. Raymond // RMxAC. — 2003. — Vol. 15. — P. 258–262.
15. Raymond, J. C. The Preshock Gas of SN 1006 from Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Observations / J. C. Raymond, K. E. Korreck, Q. C. Sedlacek // The Astrophys. J. — 2007. — Vol. 659. — P. 1257–1264.
16. Ryu, D. The growth of linear perturbations of adiabatic shock waves / D. Ryu, E. Vishniac // The Astrophys. J. — 1987. — Vol. 313. — P. 820–841.
17. Ryu, D. A linear stability analysis for wind-driven bubbles / D. Ryu, E. Vishniac // The Astrophys. J. — 1988. — Vol. 331. — P. 350–358.
18. Ryu, D. The dynamic instability of adiabatic blast waves / D. Ryu, E. Vishniac // The Astrophys. J. — 1991. — Vol. 368. — P. 411–425.
19. Toro, E. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics / E. Toro. — Berlin : Springer, 1999. — 624 p.
20. Van Leer, B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme III. Upstream-Centered Finite Difference Schemes for Ideal Compressible Flow / B. Van Leer // J. Comput. Phys. — 1977. — Vol. 23. — P. 263–275.
21. Van Leer, B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme IV. New Approach to Numerical Convection / B. Van Leer // J. Comput. Phys. — 1977. — Vol. 23. — P. 276–299.
22. Vishniac, E. On the stability of decelerating shocks / E. Vishniac, D. Ryu // The

Astrophys. J. — 1989. — Vol. 337. — P. 917–926.

23. Warren, J. S. Raising the Dead: Clues to Type Ia Supernova Physics from the Remnant 0509-67.5 / J. S. Warren, J. P. Hughes // *The Astrophys. J.* — 2004. — Vol. 608. — P. 261–273.

24. Winkler, P. F. The First Reported Infrared Emission from the SN 1006 Remnant / P. F. Winkler, B. J. Williams, W. P. Blair // *The Astrophys. J.* — 2013. — Vol. 764. — P. 156–165.

25. Wouchuk, J. G. Analytical linear theory of planar shock wave with isotropic turbulent flow field / J. G. Wouchuk, C. Huete Ruiz de Lira, A. L. Velikovich // *PhRvE.* — 2009. — Vol. 79. — P. 066318.

26. Zankovich, A. M. Resonant Amplification of Turbulence by the Blast Waves / A. M. Zankovich, I. G. Kovalenko // *The Astrophys. J.* — 2015. — Vol. 800. — P. 28–38.

REFERENCES

1. Eremin M.A., Vasilyev E.O., Lyubimov V.N. AstroChemHydro: parallelnyy kod dlya modelirovaniya khimiko-dinamicheskoy evolyutsii mezhzvezdnoy sredy [AstroChemHydro: Parallel Code for Simulation of Chemical Dynamics of Interstellar Medium]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2012, vol. 16, iss. 42, no. 3 (48), pp. 99-107.

2. Kovenya V.M., Yanenko N.N. *Metod rasshchepeniya v zadachakh gazovoy dinamiki* [Splitting Method in the Problems of Hydrodynamics]. Novosibirsk, Nauka. Sib. otd-nie Publ., 1981. 304 p.

3. Kolgan V.P. Primenenie printsipa minimalnykh znacheniy proizvodnoy k postroeniyu konechnoraznostnykh skhem dlya rascheta razryvnykh resheniy gazovoy dinamiki [Application of the Principle of Minimizing the Derivative to the Construction of Finite Difference Schemes for Computing Discontinuous Solutions of Gas Dynamics]. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1972, vol. 3, no. 6, pp. 68-77.

4. Marchuk G.I. *Metody rasshchepeniya* [Splitting Methods]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 263 p.

5. Sedov L.I. Dvizhenie vozdukh pri silnom vzryve [Motion of Air with a Strong Explosion]. *DAN SSSR*, 1946, vol. 52, iss. 42, no. 1, pp. 17-20.

6. Andreopoulos Y., Agui J.H, Briassulis G. Shock Wave-Turbulence Interactions. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2000, vol. 32, pp. 309-345.

7. Balsara D., Benjamin R.A., Cox D.P. The Evolution of Adiabatic Supernova Remnants in a Turbulent Magnetized Medium. *The Astrophys. J.*, 2001, vol. 563, pp. 800-805.

8. Donzis D.A. Amplification Factors in Shock-Turbulence Interactions: Effect of Shock Thickness. *Phys. Fluids*, 2012, vol. 24, iss. 1, article ID: 011705. DOI: 10.1063/1.3676449.

9. Jamme S., Cazalbou J.B., Torres F., Chassaing P. Direct Numerical Simulation of the Interaction Between a Shock Wave and Various Types of Isotropic Turbulence. *Flow Turbul. Combust.*, 2002, vol. 68, pp. 227-268.

10. Goodman J. Convective Instability of Hollow Sedov-Taylor Blast Waves. *The Astrophys. J.*, 1990, vol. 358, pp. 214-228.

11. Kushnir D., Waxman E., Shvarts D. The Stability of Decelerating Shocks Revisited. *The Astrophys. J.*, 2005, vol. 634, pp. 407-418.

12. Lee S., Lele S.K., Moin P. Interaction of Isotropic Turbulence with Shock Waves: Effect of Shock Strength. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 340, pp. 225-247.

13. Patnaude D.J., Fesen R.A., Raymond J.C. An Isolated, Recently Shocked ISM Cloud in the Cygnus Loop Supernova Remnant. *The Astron. J.*, 2002, vol. 124, pp. 2118-2134.

14. Raymond J.C. Clouds and Instabilities in Supernova Remnant Structure: Interstellar Turbulence and Rippled Shocks. *RMxAC*, 2003, vol. 15, pp. 258-262.

15. Raymond J.C., Korreck K.E., Sedlacek Q.C. The Preshock Gas of SN 1006 from Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Observations. *The Astrophys. J.*, 2007, vol. 659, pp. 1257-1264.

16. Ryu D., Vishniac E. The Growth of Linear Perturbations of Adiabatic Shock Waves. *The Astrophys. J.*, 1987, vol. 313, pp. 820-841.
17. Ryu D., Vishniac E. A Linear Stability Analysis for Wind-Driven Bubbles. *The Astrophys. J.*, 1988, vol. 331, pp. 350-358.
18. Ryu D., Vishniac E. The Dynamic Instability of Adiabatic Blast Waves. *The Astrophys. J.*, 1991, vol. 368, pp. 411-425.
19. Toro E. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Berlin, Springer, 1999. 624 p.
20. Van Leer B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme III. Upstream-Centered Finite Difference Schemes for Ideal Compressible Flow. *J. Comput. Phys.*, 1977, vol. 23, pp. 263-275.
21. Van Leer B. Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme IV. New Approach to Numerical Convection. *J. Comput. Phys.*, 1977, vol. 23, pp. 276-299.
22. Vishniac E., Ryu D. On the Stability of Decelerating Shocks. *The Astrophys. J.*, 1989, vol. 337, pp. 917-926.
23. Warren J.S., Hughes J.P. Raising the Dead: Clues to Type Ia Supernova Physics From the Remnant 0509-67.5. *The Astrophys. J.*, 2004, vol. 608, pp. 261-273.
24. Winkler P.F., Williams B.J., Blair W.P. The First Reported Infrared Emission from the SN 1006 Remnant. *The Astrophys. J.*, 2013, vol. 764, pp. 156-165.
25. Wouchuk J.G., Huete Ruiz de Lira C., Velikovich A.L. Analytical Linear Theory of Planar Shock Wave with Isotropic Turbulent Flow Field. *PhRvE*, 2009, vol. 79, pp. 066318.
26. Zankovich A.M., Kovalenko I.G. Resonant Amplification of Turbulence by the Blast Waves. *The Astrophys. J.*, 2015, vol. 800, pp. 28-38.

**NUMERICAL SIMULATIONS OF INSTABILITY IN THE SHELL
OF A SUPERNOVA REMNANT EXPANDING
IN A WEAKLY INHOMOGENEOUS INTERSTELLAR MEDIUM**

Vitaliy V. Korolev

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Department of Theoretical Physics and Wave Processes,
Volgograd State University
korolev.vv@volsu.ru, vitokorolev@gmail.com
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Mikhail A. Eremin

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Department of Theoretical Physics and Wave Processes,
Volgograd State University
eremin@volsu.ru, ereminmikhail@gmail.com
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Ilya G. Kovalenko

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Department of Theoretical Physics and Wave Processes,
Volgograd State University
ilya.g.kovalenko@gmail.com, i.kovalenko@volsu.ru
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Andrey M. Zankovich

Researcher, Department of Theoretical Physics and Wave Processes,
Volgograd State University
tf@volsu.ru, zed81@list.ru
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Abstract. Astronomical observations show that the supernova remnants, even with a close to spherical shape, usually have multiscale ripple-like distortions. For example 15 bends on the shock front are clearly visible in the remnant 0509-67.5. The global instability of the flow is considered as one of the possible mechanisms for generating such structures. In the frame of linear analysis [26] was shown that this instability has a resonance character. It means that the perturbations with a certain wavelength number should grow faster, therefore ripples in the remnant shell will manifest itself predominantly in a certain range of scales. In this paper we present the results of numerical simulations of the nonlinear stage of this instability, caused by small perturbations in the external environment, depending on their scale and intensity. The unperturbed gas is supposed to have a power-law spartial dependence $\rho_0(r) \sim r^{-\omega}$, where ω is a constant. The blast wave generated by a supernova explosion is described by a Sedov type similarity solution. We have developed two-dimensional numerical model of adiabatic flow with a blast wave in a comoving frame of reference based on parallel code AstroChemHydro [1]. It was shown that, according to the predictions of linear analysis, perturbations in the external flow amplify behind the front of the shock wave, which leads to the development of convective instability and the development of turbulence. The results of numerical simulations demonstrated that in shell-type flows (for $\omega = 2,7$ and $\gamma = 4/3$) external disturbances along with the characteristic rearrangement of the shock front and turbulization of the flow behind it, cause the formation of radially elongated filaments with a vortex structure behind the shock, the number of which is determined by the harmonic number of the perturbation l .

Key words: interstellar medium, supernova remnants, instabilities, turbulence, numerical simulations.